

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
PECE – PROGRAMA DE EDUCAÇÃO CONTINUADA
ESCOLA POLITÉCNICA DA USP

EDSON JOSÉ CARDOSO DE SOUZA

**Sistema de armazenamento de energia mecânica em
reservatórios de água pressurizados**

São Paulo
2015

EDSON JOSÉ CARDOSO DE SOUZA

**Sistema de armazenamento de energia mecânica em reservatórios de
água pressurizados**

Monografia apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Energias Renováveis, Geração Distribuída e Eficiência Energética da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, para obtenção do título de Especialista em Energias Renováveis, Geração Distribuída e Eficiência Energética

Área de concentração: Armazenamento de Energia

Área de concentração: Fontes Renováveis de Energia

Orientador: Prof. Dr. José Roberto Simões Moreira

São Paulo
2015

Ficha Catalográfica

Souza, Edson J. C.

Sistema de armazenamento de energia mecânica em reservatórios de água pressurizados / Autor: Edson José Cardoso de Souza; Orientador: José Roberto Simões Moreira – São Paulo, 2015. 130 p.

Monografia – Programa de Educação Continuada em Fontes Renováveis de Energia, Geração Distribuída e Eficiência Energética - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 2015.

1.Armazenagem de energia. 2.Armazenagem hidráulica pressurizada. 3.Energias renováveis. I. Simões-Moreira. II. Sistema de armazenamento de energia mecânica em reservatórios de água pressurizados.

À Deus.

AGRADECIMENTOS

Ao Professor José Roberto Simões Moreira por sua constante atenção e paciência na orientação deste trabalho.

Ao Professor Eduardo Chabú por sua atenção e pelos seus esclarecimentos sobre o motor/gerador DC brushless e a topologia do controlador correspondente aqui empregado.

Ao Professor José Jaime da Cruz pelo seu constante apoio em minha carreira acadêmica.

RESUMO

SOUZA, E. J. C. – Sistema de armazenamento de energia mecânica em reservatórios de água pressurizados. 2015. 130p. Monografia - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2015.

A potência gerada por Fontes Renováveis de Energia apresenta geralmente uma grande variação no tempo. Das formas renováveis de energia mais comuns, por exemplo os painéis Solares fotovoltaicos, para gerarem energia dependem de dias claros e só geram durante o dia. As turbinas eólicas, para geração de energia, dependem da velocidade dos ventos que não é constante, mesmo nos locais onde a média da velocidade dos ventos é elevada. Em face da grande discrepância entre a potência gerada e a consumida em cada momento do dia, a acomodação entre geração e consumo torna-se uma tarefa bastante complicada se não for considerado um sistema de armazenagem que estoque a energia nos momentos de sobra para utilizar nos momentos de insuficiência da geração. Assim, para comunidades isoladas da rede elétrica, onde tais fontes renováveis podem solucionar suas necessidades de energia e ser fator de bem-estar e progresso, para viabilizar sua aplicação, é necessária a armazenagem de energia para evitar o superdimensionamento do sistema de geração e para dar estabilidade de fornecimento de energia nos períodos de baixa geração. Dentre todas as formas de armazenagem conhecidas, a armazenagem hidráulica se revela uma das mais econômicas por kWh/gerado e de maior capacidade. Essa armazenagem pode ser realizada com a formação de reservatórios de água em locais mais altos (PHES – Pumped Hydroelectric Energy Storage) onde a altura conjugada com a vazão pode prover uma quantidade de energia suficiente para abastecer uma pequena comunidade pelo tempo necessário em que há baixa geração de energia renovável. Entretanto, nem todos os locais dispõem naturalmente de um relevo que propicie essa elevação. Muitos dos locais são absolutamente planos o que impede a formação de reservatórios elevados. Por outro lado, o custo de instalação de reservatórios elevados por torres de sustentação é inviável para grandes volumes de armazenagem, dada a necessidade de enorme resistência mecânica da estrutura. O presente trabalho propõe uma nova forma de armazenagem hidráulica pressurizada no solo onde a pressão faz o papel da altura e mostra bons resultados para os terrenos planos com o aumento da energia potencial e a correspondente carga manométrica para o acionamento das turbinas de geração de eletricidade. Este trabalho também determina a relação de equivalência energética entre reservatórios elevados e pressurizados no solo, propõe um método de dimensionamento para um sistema de armazenagem pressurizada e simula a aplicação para um conjunto isolado de cargas.

Palavras-chave:

Armazenagem de energia; Armazenagem hidráulica pressurizada; Energias renováveis.

ABSTRACT

SOUZA, E.J.C. **Storage system of mechanical energy in pressurized water reservoirs:** 130p. Monograph - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2015.

The power generated by renewable energy sources presents generally large variation in time. From the most common renewable energy sources, for example, the photovoltaic solar panels, to generate energy, need clear days and only generate during the daylight. The wind turbines, to generate energy, depend on sufficient wind speed that is not constant even in places where the average wind speed is high. In face of the big discrepancy between power generated and consumed in each moment of the day, the accommodation between generation and consumption becomes a very complicated task if not considered a storage system that stocks the energy when it exceeds and supplies when the generation is insufficient. Thus, for communities that are isolated from electrical grid, where such renewable energy sources is a factor of wellbeing and progress, to turn the applications viable, it is necessary the storage of energy to avoid the over-sizing the generation system and to provide stability of the energy supplying during the periods of low generation from the renewable sources. Among all forms of known storage systems, the hydraulic has one of the lowest costs per kWh generated and presents the higher storage capacity in relation to all others. This storage can be realized with the formation of an elevated water reservoir (PHES – Pumped Hydroelectric Energy Storage) where the height together with flow can provide a sufficient quantity of energy to supply a small community for the needed time while there is low renewable energy production. However, not all terrains have natural elevations available closeby. Many locations are absolutely flat, what turns unfeasible the formation of elevated reservoirs. In the other hand, the cost of installation of elevated reservoirs raised by sustaining towers is unfeasible for big volumes of storage, given the need of an enormous mechanical resistance of the structure. The present study proposes a new form of pressurized hydraulic storage on the ground, where the pressure plays the role of the height and shows good results for flat terrains with the increase of potential energy and the corresponding head height to drive the turbines for electricity generation. This paper also determines the relation of energetic equivalence between raised and pressurized reservoirs given the necessary parameters, proposes a method for sizing the pressurized reservoir system and simulates its application for an isolated set of loads.

Keywords:

Energy storage; Pressurized hydraulic storage; Renewable energy.

LISTA DE FIGURAS

<i>Figura 1-1: Variabilidade da radiação solar entre 8 e 20 horas ao longo de 7 dias em Caicó (RN) entre 01 e 07/10/2004 – intervalos de 1 minuto (Dester et al, 2013).....</i>	<i>23</i>
<i>Figura 1-2: Ventos ao longo de 24 horas diárias na cidade de São João do Cariri (PB), intervalos de 10 min – a 50m de altura – de 1 a 07/03/2006 (Dester et al, 2013).....</i>	<i>23</i>
<i>Figura 1-3: Carga diária residencial típica - Região Sudeste (Procel, 2005).</i>	<i>24</i>
<i>Figura 1-4: Exemplo de armazenagem hidroelétrica elevada por bombeamento (Alaska Energy Wiki, 2012).</i>	<i>25</i>
<i>Figura 1-5: Esquema de funcionamento da Energia Hidroelétrica bombeada (Financial Times, 2013).</i>	<i>26</i>
<i>Figura 1-6: Armazenamento de Energia em Ar Comprimido (CAES) (San Martin et al, 2011).</i>	<i>26</i>
<i>Figura 1-7: Sistema de armazenamento direto de energia elétrica em baterias (PNM Prosperity Energy Storage Project).....</i>	<i>27</i>
<i>Figura 1-8: Sistema de geração solar de concentração com tanques de armazenagem de energia (The Berkeley Blog).....</i>	<i>28</i>
<i>Figura 1-9: Tanques de armazenamento de combustível para geração de energia por motores a combustão ou turbinas ligadas a geradores elétricos (Landfill Mitigation Solutions).</i>	<i>29</i>
<i>Figura 1-10: Armazenagem de energia em Ultracapacitores (CleanTechnica, 2014).</i>	<i>30</i>
<i>Figura 1-11: Roda de inércia para armazenamento de energia (Molina, 2010).....</i>	<i>31</i>
<i>Figura 1-12: Armazenagem de energia magnética usando supercondutores (Barbour, Edward, 2014).</i>	<i>31</i>
<i>Figura 1-13: Diagrama do intervalo de potência e autonomia típicos de diferentes sistemas de armazenamento de energia (Farret e Simões, 2006).</i>	<i>32</i>
<i>Figura 3-1: Custo dos sistemas de armazenagem de energia (Ter-Gazarian, 2011).</i>	<i>39</i>
<i>Figura 4-1: Reservatório cheio de água e o diferencial de massa de água (próprio autor)...</i>	<i>43</i>
<i>Figura 4-2: Tanque com parte inferior pressurizada por peso e com armazenamento superior (próprio autor).....</i>	<i>47</i>
<i>Figura 4-3 Anéis de vedação no êmbolo de pressurização (Próprio autor).....</i>	<i>48</i>
<i>Figura 4-4: Armazenagem pressurizada com toda a água abaixo do êmbolo-peso (próprio autor).....</i>	<i>54</i>

<i>Figura 4-5 Tanque de armazenamento colocado numa elevação natural comparado com tanque pressurizado numa cota não elevada (próprio autor).</i>	58
<i>Figura 5-1: Sistema de armazenamento de energia mecânica em reservatórios de água pressurizados em dois tanques (próprio autor).</i>	62
<i>Figura 5-2: Densidade de energia por metro de coluna d'água armazenado para cada fração de aço, concreto pesado e chumbo em relação à proporção de altura de êmbolo de pressurização e altura de coluna d'água (próprio autor).</i>	70
<i>Figura 5-3: Turbina / Bomba reversível compacta Andritz Série ACT.</i>	70
<i>Figura 5-4: Turbina - Bomba reversível de grande porte – Voith.</i>	71
<i>Figura 5-5: Design interno da turbina / bomba reversível Hydrodyna.</i>	71
<i>Figura 6-1: Configuração geral do sistema de armazenamento de tanque único (próprio autor).</i>	73
<i>Figura 6-2 Configuração esquemática do sistema de armazenamento de tanque único (próprio autor).</i>	74
<i>Figura 6-3 Volume de controle em torno da máquina (próprio autor).</i>	75
<i>Figura 9-1: Perfil Diário típico de Geração Solar x Consumo Residencial de Energia Elétrica (Adaptado de Procel, 2005).</i>	85
<i>Figura 9-2: Fluxo de energia e rendimentos para sistema com geração solar e armazenamento pressurizada (próprio autor).</i>	88
<i>Figura 9-3: Diagrama de funcionamento elétrico do controlador para funcionamento como motor (Chabu, 2015).</i>	93
<i>Figura 9-4: Diagrama de funcionamento elétrico do controlador e chopper para funcionamento como gerador (Chabu, 2015).</i>	94
<i>Figura 10-1: Perfis diários de Geração Solar e Consumo de Potência (próprio autor).</i>	98
<i>Figura 11-1: Sistema dinâmico do sistema de armazenamento (próprio autor).</i>	103
<i>Figura 11-2: Simulação em Excel para a altura de água pressurizada no reservatório superior partindo de $h_0=15,4m$ (próprio autor).</i>	104
<i>Figura 11-3: Sistema em malha aberta simulado no Simulink®.</i>	105
<i>Figura 11-4: Simulação da altura de água pressurizada no reservatório superior usando o Simulink®.</i>	105

LISTA DE TABELAS

<i>Tabela 1-1: Comparação de sistemas de armazenagem de energia de larga escala (Farret e Simões, 2006).</i>	33
<i>Tabela 1-2: Custo dos principais sistemas de armazenagem de energia (Farret e Simões, 2006).</i>	33
<i>Tabela 1-3: Parâmetros típicos de baterias de chumbo-ácido (Farret e Simões, 2006).</i>	34
<i>Tabela 3-1: Comparação de tecnologias de Armazenagem de Energia (Hassenzahl, 1981).</i> ..	38
<i>Tabela 3-2: Comparação de Alternativas de Armazenamento de Energia (Ter-Gazarian, 2011).</i>	39
<i>Tabela 10-1: Dados para o cálculo da Capacidade Líquida de Armazenamento e Potências Líquidas da Turbina e da Bomba (próprio autor).</i>	98

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

CAES	Compressed Air Energy Storage (Armazenamento de Energia em Ar Comprimido)
CPPHCA	Constant Pressure Pumped Hidro Compressed Air (Armazenamento de Energia Hidroelétrica e Ar Comprimido por pressão constante)
E_{CC}	Energia Consumida pelas Cargas
E_{GL}	Energia Gerada Líquida
FEBS	Fontes Eólica, Biomassa e Solar
P_b	Potência da Bomba
P_{CC}	Potência Consumida pelas Cargas
P_{GL}	Potência Gerada Líquida
PHES	Pumped Hydroelectric Energy Storage (Armazenamento de Energia em Hidroelétrica Bombeada)
P_{LB}	Potência líquida para Bombeamento
P_{Lt}	Potência líquida da Turbina
P_t	Potência bruta da Turbina
R_{B24}	Capacidade Bruta de Armazenamento
R_{L24}	Capacidade Líquida de Armazenamento
SIN	Sistema Integrado Nacional
SMES	Superconducting Magnetic Energy Storage (Armazenamento de energia magnética em super-condutores)
TES	Thermal Energy Storage (Armazenamento de Energia Térmica)
VC	Volume de controle

LISTA DE SÍMBOLOS

dm_a	<i>Diferencial de massa de água (kg)</i>
h	<i>Variável de profundidade que varia de zero a H_a (m)</i>
m	<i>Massa (Kg)</i>
g	<i>Aceleração da gravidade ($9,81 \frac{m}{s^2}$)</i>
dE_p	<i>Diferencial de Energia Potencial</i>
ρ_a	<i>Densidade da água ($1000 \frac{kg}{m^3}$)</i>
A	<i>Área da seção transversal do reservatório (m^2)</i>
V_a	<i>Volume de água do reservatório (m^3)</i>
N	<i>Potência em ($W = J/s$)</i>
η	<i>Eficiência da conversão da energia hidráulica para elétrica</i>
$f_{Aço}$	<i>Fração de volume de Aço</i>
f_{Pb}	<i>Fração de volume de chumbo</i>
$V_{Aço}$	<i>Volume de aço no êmbolo (m^3)</i>
V_{Pb}	<i>Volume de chumbo no êmbolo (m^3)</i>
V_e	<i>Volume do êmbolo (m^3)</i>
$m_{aço}$	<i>Massa de aço no êmbolo (Kg)</i>
m_{Pb}	<i>Massa de chumbo no êmbolo (Kg)</i>
ρ_e	<i>Densidade do êmbolo ($\frac{Kg}{m^3}$)</i>
E_{P1}, E_{Pe}, E_{P2}	<i>Energias potenciais de cada massa do sistema (J)</i>
E_{PT}	<i>Energia potencial total (J)</i>
E_{Pa}	<i>Energia potencial dos volumes de água (J)</i>
Δ_{EP}	<i>Energia Potencial devida ao êmbolo (J)</i>
H_a	<i>Máxima altura de água de armazenamento (m)</i>
r_p	<i>Razão entre as densidades do êmbolo e da água</i>
r_h	<i>Razão entre as alturas do êmbolo e da coluna d'água</i>
H_1, H_2	<i>Alturas de água abaixo e acima do êmbolo (m)</i>
x	<i>Elevação do reservatório elevado (m)</i>
H_e	<i>Elevação do reservatório superior em relação ao inferior (m)</i>
P	<i>Pressão manométrica (N/m^2)</i>

v	<i>Velocidade de escoamento (m/s)</i>
z_2, z_3	<i>Cotas em relação a tubulação de entrada e saída da turbina (m)</i>
v_2, v_3	<i>Velocidades de escoamento a jzante e vazante da turbina ($\frac{m}{s}$)</i>
Δe_{mec}	<i>Varição da energia mecânica (J)</i>
\dot{W}	<i>Potência de uma turbina ou bomba no volume de controle (W)</i>
\dot{m}	<i>Vazão mássica (Kg/s)</i>
W_t	<i>Trabalho realizado pela turbina (J)</i>
W_b	<i>Trabalho realizado pela bomba (J)</i>
η_b	<i>Eficiência da máquina funcionando como bomba</i>
η_t	<i>Eficiência da máquina funcionando como turbina</i>
η_H	<i>Eficiência Hidráulica da Turbina</i>
η_E	<i>Eficiência Elétrica do Gerador conectado à turbina</i>
θ	<i>Densidade de energia (J/m³)</i>
θ/H_a	<i>Densidade por metro coluna d'água armazenado [J/(m.m³)]</i>
η_R	<i>Eficiência do sistema de armazenamento pressurizado</i>
r_L	<i>Relação entre altura do êmbolo e diferença de altura dos reservatórios</i>
$\Delta W \%$	<i>Diferença de energia do sistema de fluxo entre dois tanques (%)</i>
η_{PS}	<i>Rendimento dos painéis solares</i>
η_{ct}	<i>Rendimento do controlador</i>
η_{ch}	<i>Rendimento do conversor chopper</i>
η_I	<i>Rendimento do inversor geral</i>

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	23
2	OBJETIVO	35
3	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	37
4	ENERGIA CONTIDA EM RESERVATÓRIOS DE ÁGUA	43
4.1	Energia contida num reservatório de água não pressurizado	43
4.2	Energia contida num reservatório de água pressurizado	46
4.3	Exemplo numérico	51
4.4	Energia somente da água	53
4.5	Energia somente do êmbolo-peso	53
4.6	Variação percentual da Energia Potencial com a adição do Peso de Pressurização	54
4.7	Situação de Máxima Energia	54
4.8	Equivalência energética entre a armazenamento pressurizada no solo e a armazenamento natural elevada	57
5	SISTEMA DE ARMAZENAMENTO DE ENERGIA MECÂNICA EM RESERVATÓRIOS DE ÁGUA PRESSURIZADOS COM <u>FLUXO ENTRE DOIS TANQUES</u>	61
5.1	Densidade de energia do reservatório pressurizado	68
5.2	Modelos de turbinas reversíveis com função de bombeamento	70
6	SISTEMA DE ARMAZENAMENTO DE ENERGIA MECÂNICA EM RESERVATÓRIOS DE ÁGUA PRESSURIZADOS <u>COM FLUXO INTRA-TANQUE</u>	73
6.1	Energia elétrica gerada pela turbina ou gasta pela bomba	75
6.2	Potência elétrica consumida pela bomba ou gerada pela turbina	79
7	EFICIÊNCIA DO SISTEMA PRESSURIZADO	81
8	COMPARAÇÃO DE QUANTIDADE DE ENERGIA ARMAZENÁVEL ENTRE O SISTEMA DE FLUXO ENTRE DOIS TANQUES E O INTRA-TANQUE	83
9	CONFIGURAÇÃO E DIMENSIONAMENTO DE UM SISTEMA PRESSURIZADO DE ARMAZENAMENTO COM FLUXO ENTRE DOIS TANQUES PARA ATENDIMENTO DE CARGAS ISOLADAS, SENDO ABASTECIDO POR PAINÉIS FOTOVOLTAICOS	85
9.1	Definições	85
9.2	Descrição geral do funcionamento do sistema e fluxo de energias	89
9.3	Detalhamento elétrico do sistema	91
9.4	Considerações de custo	95

10	DIMENSIONAMENTO DE UM SISTEMA DE ARMAZENAMENTO PRESSURIZADO COM <u>FLUXO ENTRE DOIS TANQUES</u> PARA UMA COMUNIDADE DE 100 PESSOAS COM GERAÇÃO EXCLUSIVAMENTE FOTOVOLTAICA	97
11	SIMULAÇÃO DA DINÂMICA DO SISTEMA DE ARMAZENAMENTO BRUTO EM MALHA ABERTA.....	103
12	CONCLUSÃO.....	107
	REFERÊNCIAS	109
	APÊNDICE 1 - VERIFICAÇÃO DA QUANTIDADE DE ENERGIA ARMAZENADA NUMA QUANTIDADE DE ÁGUA CONTIDA EM UM RESERVATÓRIO À PARTIR DA TRADICIONAL FÓRMULA DE POTÊNCIA DE RESERVATÓRIOS HIDROELÉTRICOS.	113
	APÊNDICE 2 – VERIFICAÇÃO DA PROPRIEDADE ADITIVA DA ENERGIA POTENCIAL DE UM SISTEMA DE PARTÍCULAS.....	119
	APÊNDICE 3 – VERIFICAÇÃO DA ENERGIA ARMAZENADA EM RESERVATÓRIOS DE ÁGUA PRESSURIZADOS	121
	APÊNDICE 4 - VERIFICAÇÃO DA ASSOCIAÇÃO DE RENDIMENTOS DA TURBINA E DO GERADOR ELÉTRICO / BOMBA HIDRÁULICA	125
	APÊNDICE 5 - VERIFICAÇÃO DO TRABALHO REALIZADO PELO TURBINA OU BOMBA EM SISTEMAS DE ARMAZENAMENTO COM FLUXO ENTRE DOIS TANQUES APLICANDO A EQUAÇÃO DE BERNOULLI.....	127

1 INTRODUÇÃO

As fontes renováveis de energia, particularmente aquelas de uso mais frequente na atualidade como a solar e a eólica, têm uma característica comum que é a variabilidade da potência produzida no tempo devido a variação da intensidade de radiação solar e dos ventos em cada instante.

As figuras 1-1 e 1-2 mostram exemplos da variabilidade horária e diária da radiação solar e dos ventos.

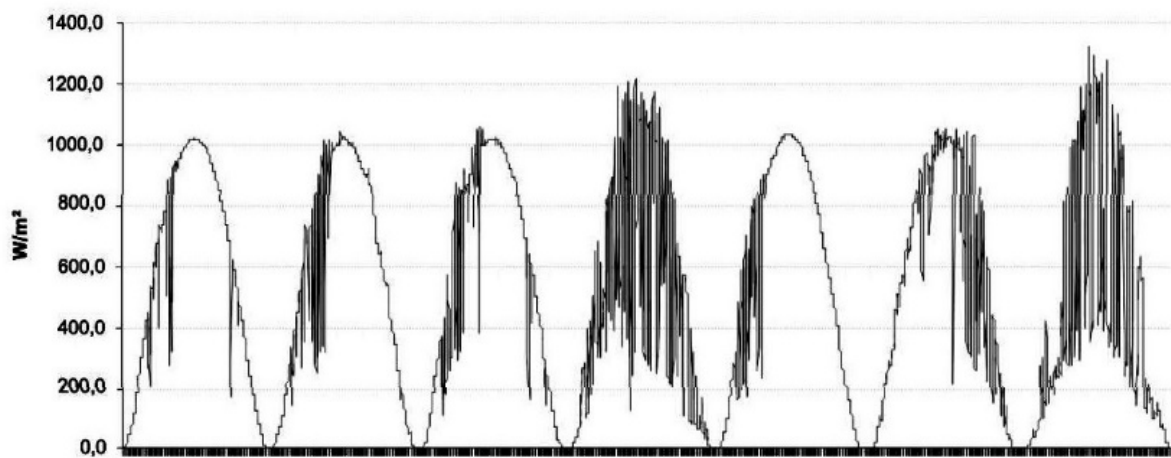


Figura 1-1: Variabilidade da radiação solar entre 8 e 20 horas ao longo de 7 dias em Caicó (RN) entre 01 e 07/10/2004 – intervalos de 1 minuto (Dester et al, 2013).

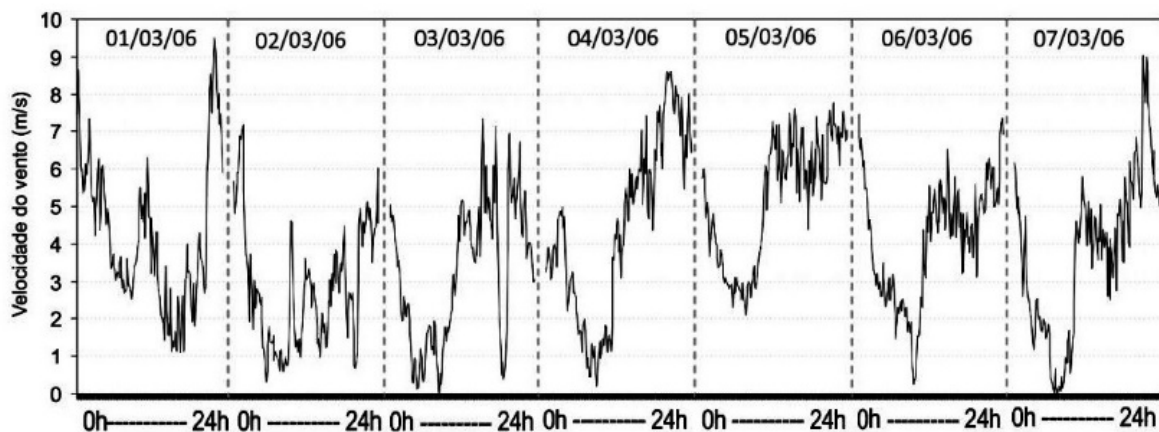


Figura 1-2: Ventos ao longo de 24 horas diárias na cidade de São João do Cariri (PB), intervalos de 10 min – a 50m de altura – de 1 a 07/03/2006 (Dester et al, 2013).

Por outro lado, a potência consumida das cargas varia constantemente ao longo do dia, mês e ano, mormente as residenciais. Segue na figura 1-3 a variação de uma carga típica residencial ao longo de um dia.

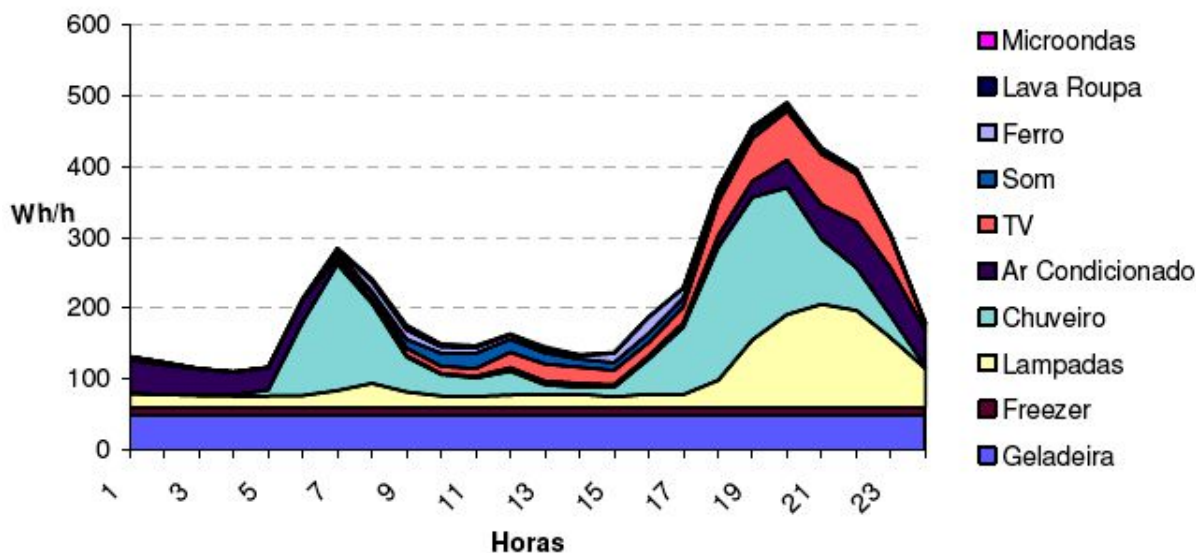


Figura 1-3: Carga diária residencial típica - Região Sudeste (Procel, 2005).

Em situações que requeiram a aplicação de fontes renováveis de energia em locais isolados da rede elétrica, em face da grande discrepância entre a potência gerada e a consumida em cada momento do dia, a acomodação entre geração e consumo torna-se uma tarefa bastante complicada se não for considerado um sistema de armazenagem que estoque a energia nos momentos de sobra para utilizar nos momentos de insuficiência da geração. Sem um sistema de armazenamento de energia, o sistema de geração pode se tornar insuficiente ou superdimensionado para o conjunto das cargas o que pode tornar inviável o uso de energias renováveis para cargas isoladas.

Existem alguns tipos de armazenamento hoje conhecidos de fontes renováveis, cuja energia pode ser reconvertida para energia elétrica posteriormente para atender um conjunto de cargas por, pelo menos, algumas horas.

Grupo 1

Recebem energia elétrica e fornecem energia elétrica em grande quantidade e por bom tempo (algumas horas a alguns dias)

a) Armazenamento de Energia Hidroelétrica Bombeada (PHES – Pumped Hydroelectric Energy Storage)

Trata-se do uso de um sistema de dois reservatórios, um deles elevado, para onde é bombeada a água na situação de sobra de energia e de onde a água é então usada para uma turbina hidroelétrica para geração de energia nos momentos de insuficiência em relação à demanda (figuras 1-4 e 1-5). As vantagens são a grande capacidade de armazenagem, de algumas horas até dias, grande potência possível dependendo da altura manométrica e da vazão e o custo relativamente baixo de geração por kWh. As desvantagens são a necessidade da existência de um relevo que permita o armazenamento elevado nas redondezas do ponto de consumo e o grande espaço requerido para formação de um lago de armazenagem.

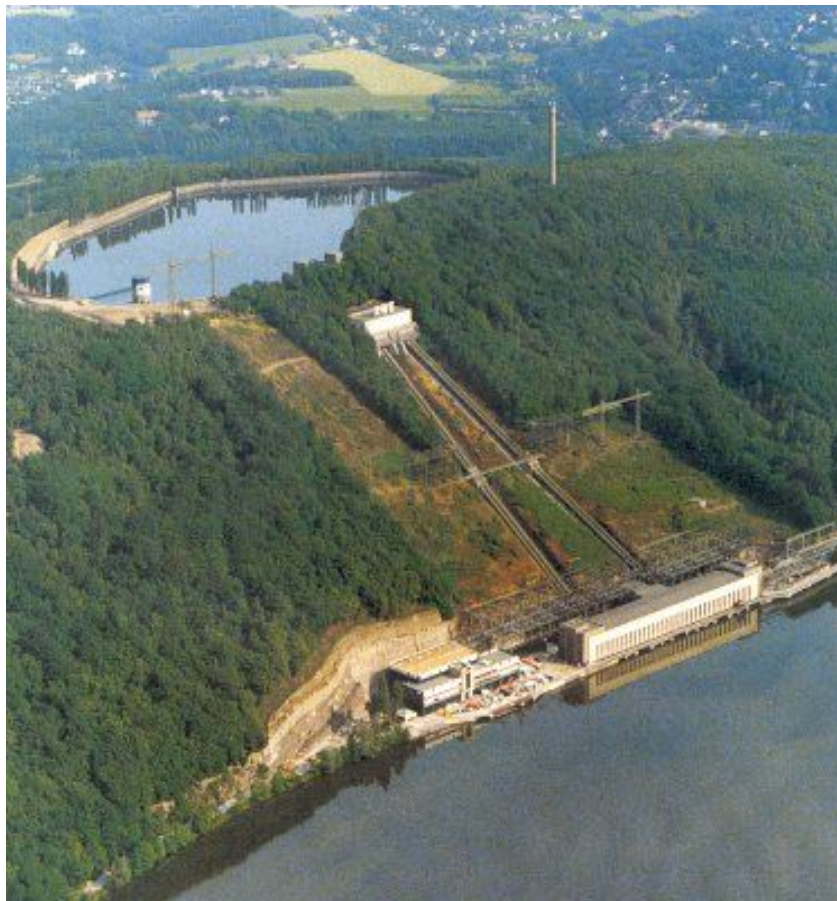


Figura 1-4: Exemplo de armazenagem hidroelétrica elevada por bombeamento (Alaska Energy Wiki, 2012).

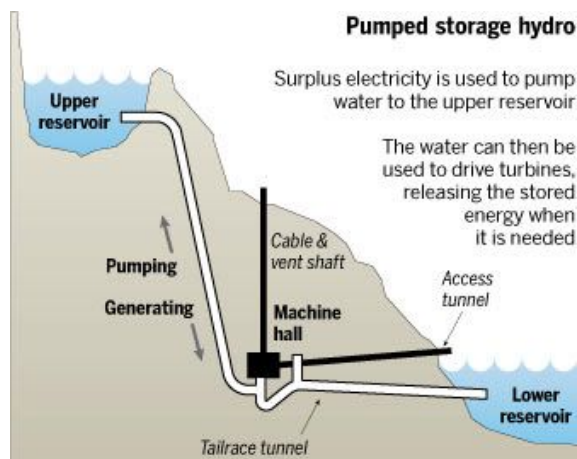


Figura 1-5: Esquema de funcionamento da Energia Hidroelétrica bombeada (Financial Times, 2013).

b) Armazenamento de Energia em Ar Comprimido

Neste sistema o ar é comprimido em tanques ou cavernas subterrâneas nos momentos em que há sobra de energia gerada (figura 1-6), para ser utilizado posteriormente por uma turbina para geração de energia para abastecer as cargas. O sistema é conhecido internacionalmente pelo nome CAES (Compressed Air Energy Storage). A vantagem desse sistema é que, se houver uma caverna de grande capacidade de armazenamento, este sistema que pode suprir energia por várias horas dependendo da capacidade de armazenagem, pode ser utilizado sem comprometer muito espaço na superfície. Também possui um baixo valor de investimento e custo por kWh. A principal desvantagem é que, se for empregado na superfície em tanques ao invés de cavernas subterrâneas, sua capacidade é mais limitada.

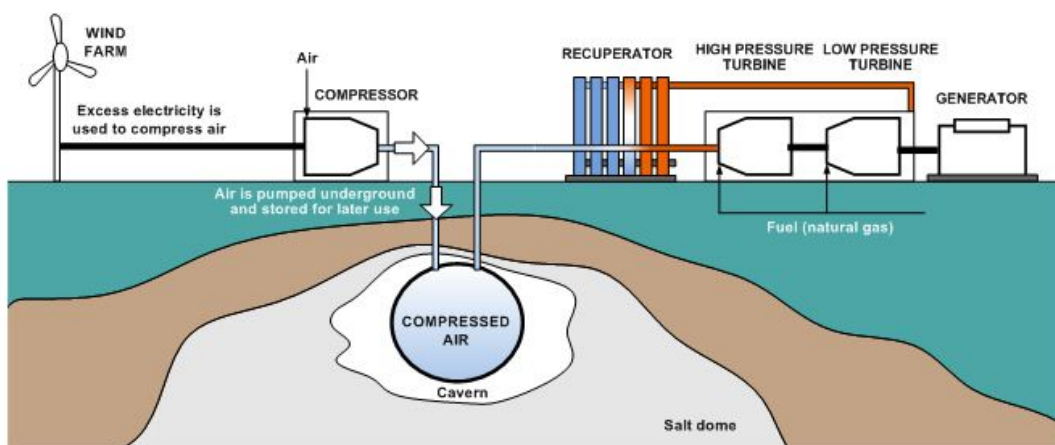


Figura 1-6: Armazenamento de Energia em Ar Comprimido (CAES) (San Martin et al, 2011).

c) Armazenamento em Baterias

Este sistema consiste no armazenamento de Energia Elétrica em tensão contínua em baterias (figura 1-7). A vantagem principal é a velocidade de conversão e reconversão de energia e o tamanho compacto do armazenamento. A desvantagem é que sua autonomia está limitada a poucas horas ou menos, sua capacidade potencial de armazenagem é menor que a hidroelétrica bombeada ou a de ar comprimido e o custo de instalação e manutenção, já que as baterias têm vida relativamente curta, de até poucos milhares de ciclos de carga e descarga.



Figura 1-7: Sistema de armazenamento direto de energia elétrica em baterias (PNM Prosperity Energy Storage Project).

Grupo 2

Formas de armazenagem em que a energia pode ser reconvertida para energia elétrica, em boa quantidade e por um bom tempo, porém não podem receber a energia de fontes renováveis quaisquer, mas de fontes exclusivas.

d) Armazenamento de Energia Térmica (TES – Thermal Energy Storage)

São estágios de armazenamento de um Sistema de aquecimento solar do tipo concentrador que permite que a energia térmica armazenada em um fluido salino em alta temperatura em tanques possa ainda ser convertido para energia elétrica através de turbinas a vapor (figura 1-8). Esse tipo de armazenagem, no entanto, está exclusivamente ligado a geração solar de concentração e não pode armazenar energia gerada por outras fontes.

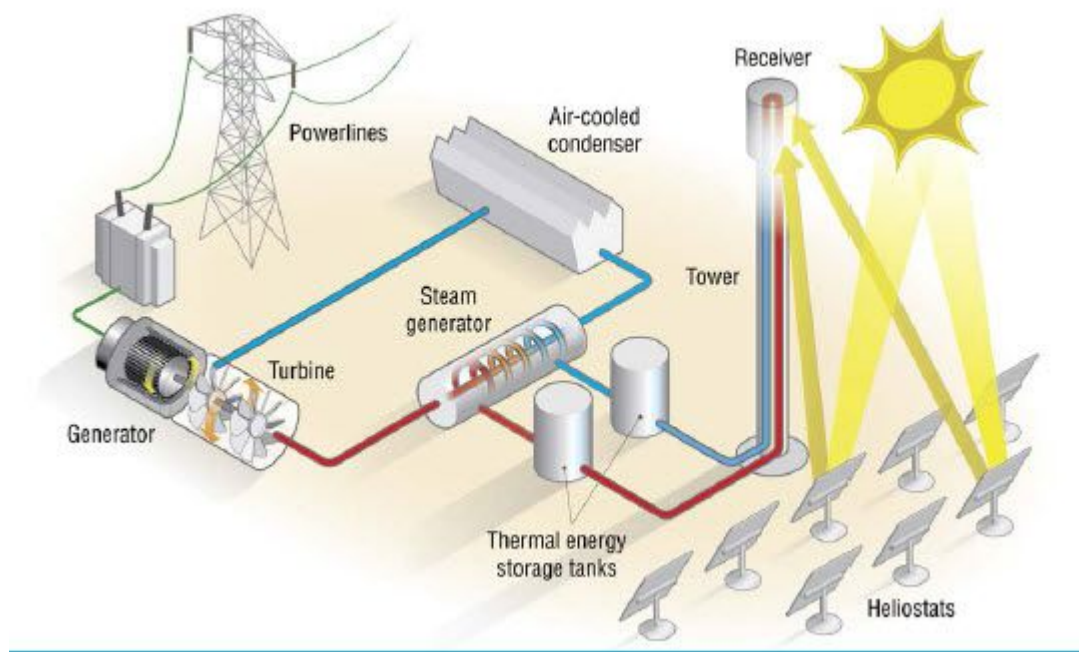


Figura 1-8: Sistema de geração solar de concentração com tanques de armazenagem de energia (The Berkeley Blog).

e) Armazenamento de energia na forma de combustível líquido ou gasoso em Tanques

Efetivamente não podemos descartar a armazenagem de energia na forma química de combustível cuja combustão possa ser levada a efeito num motor a explosão ou turbina posteriormente para geração de energia elétrica em abundância (figura 1-9). É um sistema que está em uso em todo o mundo usando Diesel ou outros combustíveis mas pode ser usado combustível não fóssil como o Etanol por exemplo. No entanto, esta forma de armazenamento evidentemente não atende o requisito de poder receber a energia gerada por uma fonte renovável. Ela é exclusiva da fonte de abastecimento do combustível.



Figura 1-9: Tanques de armazenamento de combustível para geração de energia por motores a combustão ou turbinas ligadas a geradores elétricos (Landfill Mitigation Solutions).

Grupo 3

Formas de armazenamento que podem ser oriundas de quaisquer fontes de energia renovável e podem ser reconvertidas para energia elétrica, porém com baixa autonomia e/ou pequena potência relativa as outras formas de armazenagem.

f) Armazenamento de energia em Ultracapacitores

Esses são aplicados para pequenos intervalos de tempo (no máximo minutos) e servem mais para estabilizar o suprimento de energia ante variações instantâneas do que para armazenamento para uso posterior (figura 1-10). Eles podem chegar a centenas de milhares de ciclos de vida e podem usados no lugar das baterias que alcançam apenas poucos milhares de ciclos de vida (porém com menor autonomia).



Figura 1-10: Armazenagem de energia em Ultracapacitores (CleanTechnica, 2014).

g) Armazenamento de energia em Rodas de Inércia (Flywheels)

São corpos de revolução simétricos de grande massa girantes e acumulam a energia cinética do giro. São acoplados a motores / geradores. Quando há sobra de energia, a roda de inércia ganha velocidade angular e quando há insuficiência de energia, a roda extrai energia do movimento angular pelo gerador acoplado (figura 1-11). Têm em geral baixa autonomia e capacidade de armazenamento e dependem de uma perfeita simetria de revolução e um balanceamento para evitar vibrações e perda de energia. São normalmente acomodados sobre mancais magnéticos e mesmo o ar é retirado da cápsula para evitar o atrito.

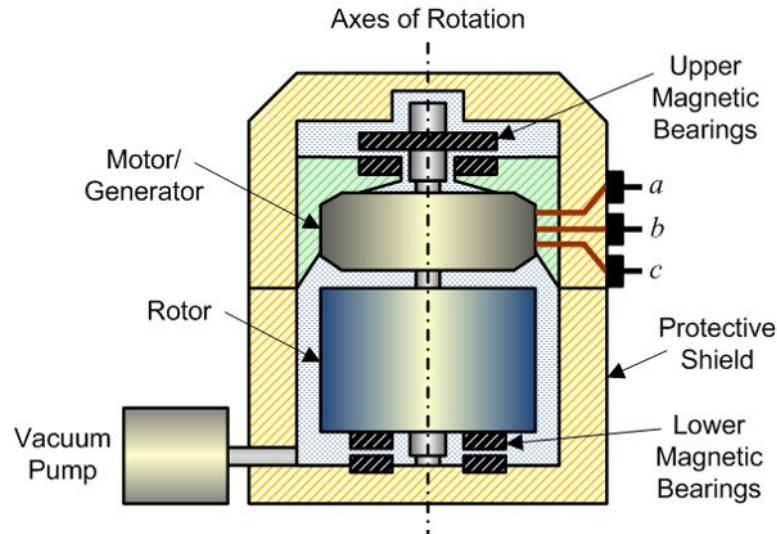


Figura 1-11: Roda de inércia para armazenamento de energia (Molina, 2010).

h) Armazenamento de energia magnética em super-condutores (SMES – Superconducting Magnetic Energy Storage)

Este tipo de armazenamento ainda é experimental e estoca energia em campos magnéticos cujas bobinas são feitas com material supercondutor que não tem perdas por efeito Joule (figura 1-12). É ainda muito cara. É extremamente rápida de ser reconvertida e com altíssima eficiência, porém possui limitada autonomia e baixa capacidade de potência.

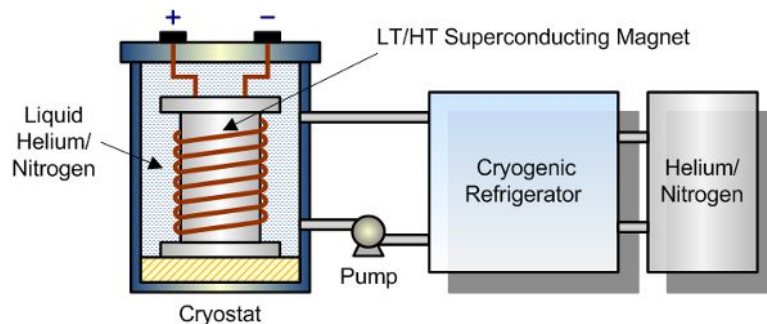


Figura 1-12: Armazenagem de energia magnética usando supercondutores (Barbour, Edward, 2014).

A figura 1-13 apresenta um interessante diagrama mostrando o intervalo de potência e autonomia típicos de diferentes sistemas de armazenamento de energia. Se verifica que as instalações existentes de Armazenagem Hidroelétrica Bombeada têm grande autonomia em grandes potências.

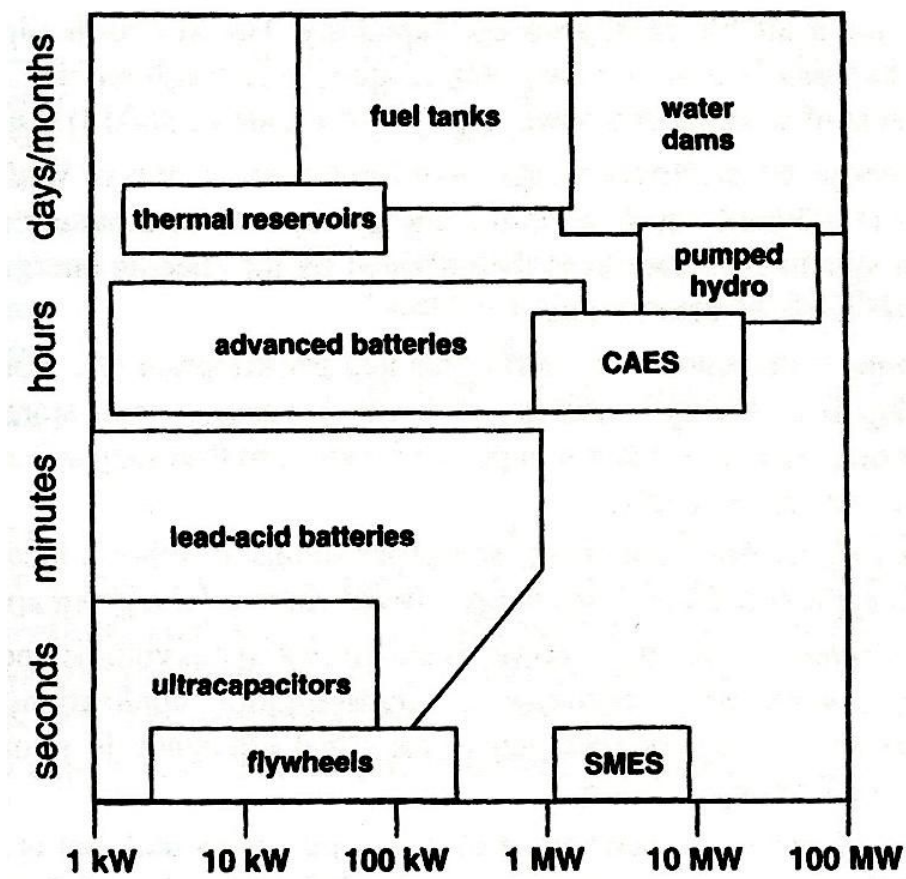


Figura 1-13: Diagrama do intervalo de potência e autonomia típicos de diferentes sistemas de armazenamento de energia (Farret e Simões, 2006).

As tabelas 1-1 e 1-2 mostram os principais parâmetros de cada sistema de armazenamento de energia de acordo com a análise de Farret e Simões (2006) e a tabela 1-3 dos mesmos autores, mostra especificamente os parâmetros das baterias de chumbo-ácido. Verifica-se novamente a grande capacidade de armazenagem, grande densidade de energia, alta eficiência, porém pequena vida.

Tabela 1-1: Comparação de sistemas de armazenagem de energia de larga escala (Farret e Simões, 2006).

Parâmetro	Ultracapacitor	Roda de inércia de baixa velocidade	Roda de inércia de alta velocidade	Bombeamento hidrelétrico (PHES)	Ar Comprimido (CAES)	Armazenamento magnético e supercondutores (SMES)
Investimento (USD / MWh)	25,000,000	300,000	25,000,000	7,000	2,000	10,000
Massa (Kg/MWh)	10,000.0	7,500.0	3,000.0	3,000.0	2.5	10.0
Eficiência	95%	90%	95%	80%	85%	95%
Custo operacional (USD / MWh)	5.00	3.00	4.00	4.00	3.00	1.00
Capacidade de armazenagem típica	0.50 kWh	50.00 kWh	750.00 kWh	22,000.00 MWh	2,400.00 MWh	0.80 kWh
Vida	40 anos	20 anos	20 anos	75 anos	30 anos	40 anos

Tabela 1-2: Custo dos principais sistemas de armazenagem de energia (Farret e Simões, 2006).

Sistema	Potência Típica (MW)	Investimento por faixa de potência (USD / kW)	Investimento por faixa de energia produzida (USD/kWh)
Baterias de Chumbo-Ácido	0.5-100	100-200	150-300
Baterias Avançadas	0.5-50	200-400	N/D
Ultracapacitores	1-10	300	3,600
Rodas de Inércia	1-10	200-500	100-800
SMES	10-1000	300-1000	300-3000
CAES	50-1000	500-1000	10-15
PHES	100-1000	600-1000	10-15

Tabela 1-3: Parâmetros típicos de baterias de chumbo-ácido (Farret e Simões, 2006).

Energia Específica	20-35 Wh/Kg
Densidade de energia	50-90 Wh/L
Potência específica	~ 250 W/Kg
Tensão nominal da célula	2 V
Eficiência elétrica	~ 80%
Tempo de recarga para 90 % de carga	8 horas
Auto-descarga	1-2% por dia
Vida	~800 ciclos dependendo da profundidade da descarga

De todos os sistemas de armazenamento de energia, o hidroelétrico por bombeamento é um dos que têm em geral maior capacidade de armazenagem de energia, de baixo custo de operação e ótima eficiência, porém ele necessita de um relevo favorável que permita a instalação de um lago superior para onde se possa bombear a água nos períodos de excedente de produção de energia renovável. Relevos como esse nem sempre estão disponíveis em áreas isoladas como a região Amazônica por exemplo que é muito plana.

2 OBJETIVO

O presente trabalho propõe um novo sistema de armazenagem de energia hidráulica em tanques dotados de êmbolos. O êmbolo bastante pesado pressuriza a água abaixo dele gerando uma energia potencial adicional à altura da coluna d'água que faz o papel da elevação dos sistemas hidroelétricos bombeados conforme vai ser adiante mostrado. Esse sistema promove a possibilidade de se aplicar a armazenagem de energia hidráulica em locais cujo relevo é plano, comum em várias regiões brasileiras, onde a rede elétrica não chega e onde as energias renováveis, mormente a solar, podem ser aplicadas gerando progresso e bem-estar a essas comunidades rurais, se houver a possibilidade de se contar com um sistema de armazenagem de energia que viabilize a instalação dessas fontes renováveis. Este trabalho tem caráter eminentemente técnico e não objetiva aspectos de custo e de viabilidade financeira, que compõe-se de nova frente de trabalho a ser empreendida no futuro.

3 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

A bibliografia encontrada sobre armazenagem de energia hidráulica, tema que se relaciona com o presente estudo, aborda na sua grande maioria a Armazenagem Hidroelétrica de Bombeamento (PHES) ou seja, aquela que prevê o recalque de água para um reservatório localizado numa cota superior para posterior geração hidroelétrica. Excetuando-se a referência de acumuladores hidráulicos (Wikipedia e outros) que trabalham com fluido pressurizado e objetivam regular a pressão em sistemas pneumáticos ou gerar potência hidráulica, mover máquinas como guindastes e elevadores, e de Heindl (2014) que propõe um grande cilindro de rocha sólida, cortada de uma formação rochosa maciça, que pressuriza água num reservatório subterrâneo para geração de energia elétrica, não foi encontrada nenhuma outra referência a armazenagem hidráulica pressurizada, idealizada para geração de energia elétrica na superfície como o presente estudo traz, caracterizando-se por um tema relativamente novo. Alguns livros tratam da comparação entre diferentes tipos de armazenamento conforme vai ser visto a seguir.

Hassenzahl (1981) e Ter-Gazarian (2011) discorrem sobre as diferentes alternativas de armazenagem de energia. As tabelas 3-1 e 3-2 extraídas dessas bibliografias mostram que o melhor conjunto de condições para armazenamento de grande quantidade de energia e autonomia, associado menor custo é oferecida pela Armazenagem Hidroelétrica Bombeada (PHES) e a Armazenagem em Ar Comprimido (CAES). Mas não mencionam especificamente nada sobre armazenamento pressurizado de água.

Ter-Gazarian (2011) ainda compara na Figura 3-1 os custos das várias alternativas de armazenamento incluindo as baterias em função do número diário de horas de descarga. Esse gráfico ratifica a informação que a maior autonomia com o menor custo é alcançado pelo PHES e CAES. As baterias têm baixo custo com pequena descarga diária, mas esse custo rapidamente ultrapassa todos os outros se a profundidade de descarga é grande.

Slam (2012) aborda a aplicação do armazenamento hidráulico bombeado (PHES) na ilha de Ramea ao Sudoeste de Newfoundland, província canadense, em conjunção com a geração eólica complementando a atual geração diesel.

Coburn et al (2014) estudam, junto com a instalação de turbinas eólicas, a aplicação do armazenamento hidroelétrico bombeado (PHES) para Irlanda que apresenta média de ventos de 10,5m/s na costa. Encontraram 6 regiões que não só apresentam boas médias de ventos como

também relevo com diferenças de altura que propiciam a instalação de PHES com turbinas eólicas. Mas não tratam de armazenamento pressurizado.

Dester, Mauricio et al (2013) analisam a inserção de fontes Eólica, Biomassa e Solar (FEBS) no Sistema Integrado Nacional (SIN) e mencionam também a importância do armazenamento de energia como elemento para produção descentralizada de energia como forma de atenuar a variabilidade das fontes renováveis.

Yao et al (2105) propõe um novo sistema conjugado de PHES e CAES para dar estabilidade de fornecimento de energia que chamam de CPPHCA (Constant Pressure Pumped Hidro Compressed Air) que concluem que o sistema é mais eficiente que o PHES sozinho.

Tabela 3-1: Comparação de tecnologias de Armazenagem de Energia (Hassenzahl, 1981).

Tecnologia de Armazenamento de Energia		Custo de instalação (USD/J)	Eficiência (%)	Densidade de energia armazenada (J/m ³)	Máxima densidade de potência (W/m ³)	Energia específica (J/Kg)	Máxima potência específica (W/Kg)	Tempo típico de descarga (1000s)	Vida útil
Sistemas de Armazenamento de Energia Mecânica	Rodas de inércia	4.E-04	70-90	5.E+07	5.E+06	6.E+03	6.E+02	0.001 - 1	20 anos
	Elásticos (Energia de Estiramento)	4.E-02	50-90	1.E+06	1.E+05	2.E+02	2.E+01	0.01 - 1000	20 anos
	Gás comprimido	1.E-05	60-70	1.E+07	1.E+03	N/D	N/D	10 - 100	20 anos
	PHES	7.E-06	70	1.E+06	1.E+02	1.E+03	1.E-01	10 - 100	20 anos
Sistemas de Armazenamento de Energia térmica	Óleo em alta temperatura	1.E+05	70-80	1.E+08	1.E+04	1.E+05	1.E+01	10 - 100	20 anos
	Rochas em baixa temperatura	8.E-06	90	3.E+07	3.E+03	1.E+04	1.E+00	10 - 100	20 anos
	Sais variados	1.E-05	80	3.E+00	3.E+04	1.E+05	1.E+01	10 - 100	100 a 1000 ciclos
Sistema de armazenamento eletromagnético	Capacitores	1.E-02	90	1.E+05	1.E+11	3.E+02	3.E+08	0.001 - 1	10000 ciclos
	Bobinas	1.E-05	90	1.E+08	1.E+04	1.E+06	1.E+02	1 - 100	20 anos
Sistema de armazenamento de Energia Química	Baterias de Chumbo-Ácido	2.E-05	60-80	5.E+07	5.E+03	1.E+05	1.E+01	0.01 - 10	1000 ciclos
	Baterias especiais	1.E-05	65-80	1.E+04	1.E+04	5.E+05	N/D	0.01 - 100	1k - 100k ciclos
	Hydrogenio	2.E-05	30-70	9.E+09	N/D	1.E+08	N/D	10 - 100	20 anos
	Etanol	N/D	60-80	2.E+10	N/D	3.E+07	N/D	10 - 100	20 anos

Tabela 3-2: Comparação de Alternativas de Armazenamento de Energia (Ter-Gazarian, 2011).

Tecnologia de Armazenamento de Energia	Eficiência (%)	Capacidade típica de Energia (J)	Densidade de energia armazenada (J/m ³)	Tempo de construção (anos)	Vida (anos)	Número de ciclos de vida	Tempo de descarga (s)	Sugestão de localização
Rodas de inércia	85%	1.E+09	1.E+08	3	20	praticamente ilimitado	0.1	Próximo ao consumidor
PHES	80%	1.E+13	1.E+06	8	50	praticamente ilimitado	10.0	Considerações geográficas
CAES	4300 kJ/kWh	1.E+12	1.E+05	3	25	praticamente ilimitado	360.0	Considerações Geológicas
Hydrogenio como combustível sintético	50%	1.E+12	1.E+09	3	25	praticamente ilimitado	360.0	Próximo a uma planta de turbinas a gás
Termal energy storage (TES)	75%	1.E+11	1.E+09	12	30	praticamente ilimitado	dezenas de minutos	Próximo a uma planta térmica
Baterias	80%	não limitado	1.E+08	2	10	5.E+02	0.01	Próximo ao consumidor
Capacitores	80%	não limitado	N/D	2	10	1.E+07	0.01	Próximo ao consumidor
SMES	90%	1.E+13	N/D	12	30	1.E+06	0.01	Próximo a subestação ou terminal de geração

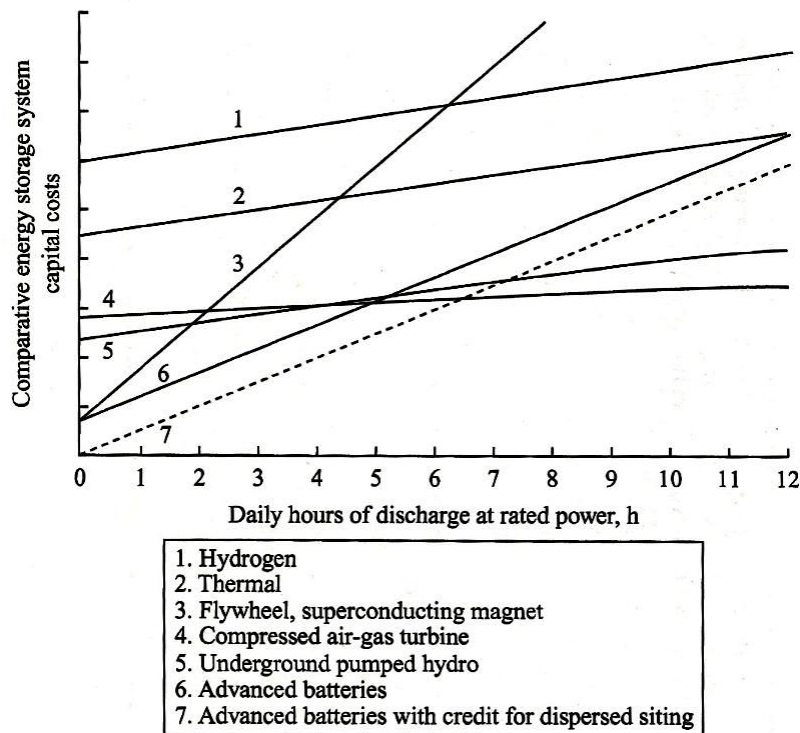


Figura 3-1: Custo dos sistemas de armazenagem de energia (Ter-Gazarian, 2011).

McLean e Kearney (2013) propõem para Dundrum, norte da Irlanda, um sistema de Armazenamento de água do mar usando o fluxo da própria maré para gerar energia tanto na maré cheia enchendo com grande vazão numa pequena altura um reservatório, e gerando energia de volta na maré baixa. Chamam de PHES de alta vazão e baixa altura. Concluem pela viabilidade do projeto.

Vaezi e Izadian (2014) propõem um novo sistema hidráulico que interconecta várias turbinas eólicas que, ao invés de terem cada qual um gerador e uma caixa de transformação de velocidades, têm simplesmente uma bomba hidráulica por onde circula um fluido hidráulico. As várias turbinas eólicas de um parque então bombeiam fluido para a central de geração que têm uma estabilidade maior de funcionamento e redução do preço das turbinas, caracterizando-se o fluido como um armazenador de energia mecânica de pressão para acionamento dos geradores hidro-elétricos.

Gibson et al (2009) fazem uma descrição histórica do uso dos sistemas hidráulicos de potência usados desde 1958 na Austrália, cujo uso como acumulador hidráulico se estendia por vários tipos de equipamentos tais como guindastes, tratores e elevadores.

O Site Wikipedia (www.wikipedia.org) traz interessantes informações sobre os acumuladores hidráulicos usados para acionar guindastes e outras máquinas hidráulicas com grande pressão e força.

Heindl, Eduard (2013) propõe o corte de um gigantesco cilindro num terreno rochoso maciço que vai fazer o papel de peso que vai pressurizar uma porção subterrânea de água. A armazenagem de energia é feita pressurizando água sob esse cilindro de rocha que acumula energia potencial para descarga quando necessário, através de turbina hidroelétrica. O foco do trabalho baseia-se mais no tamanho do cilindro, próximo ao tamanho de um bairro, e menos na densidade do peso feito de rocha.

Latha et al (2013) propõe um método para programação de operação de um sistema PHES de forma a otimizar o custo matemática para minimizar o custo de operação do sistema.

Oberhofer, A. e Meisen, P. (www.geni.org) discorrem sobre as diferentes formas de armazenagem de energia e concluem que o único meio de armazenar energia em grande escala de forma economicamente viável é o bombeamento hidroelétrico (PHES).

Bianchi et al (2013) propõe uma solução de armazenamento de energia envolvendo Bombeamento Hidroelétrico conjugado com turbinas a gás para estabilizar o fornecimento de

energia eólica que é altamente oscilante. O dimensionamento é feito para 1 GW e aplicado a programação dinâmica para minimizar o consumo de combustível da turbina.

Andrade, L. S. (2014) discorre sobre a aplicação da armazenagem de energia em ar comprimido (CAES) para compensar as oscilações da geração fotovoltaica e ainda gerar receita com a exportação de energia.

Ortego et al (2012) desenvolvem uma solução hidropneumática de armazenamento de energia usando uma turbina de bombeamento roto-dinâmica e propõe um sistema de controle.

Glasnovic et al (2013) propõem um sistema de armazenamento bombeado (PHES) gerado por painéis fotovoltaicos e de aquecimento solar.

4 ENERGIA CONTIDA EM RESERVATÓRIOS DE ÁGUA

4.1 Energia contida num reservatório de água não pressurizado

A Energia contida num reservatório de água no instante em que não há saída nem entrada é igual à energia potencial da água armazenada relativamente ao ponto de escoamento inferior do reservatório.

Seja o cilindro contendo água conforme figura 4-1:

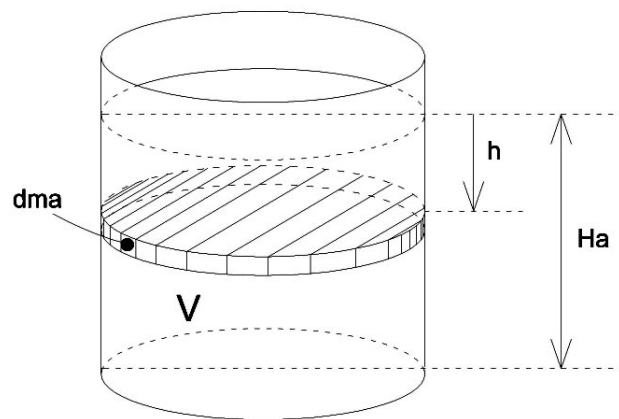


Figura 4-1: Reservatório cheio de água e o diferencial de massa de água (próprio autor).

onde:

dm_a = diferencial de massa de água (kg);

h = variável de profundidade que varia de zero a H_a (m);

A fórmula genérica para a energia potencial¹ é dada por:

$$E_p = m \cdot g \cdot h \quad (4.1)$$

¹ Todas as deduções aqui se referem a energia potencial tomada em relação ao fundo do reservatório.

onde

$m = \text{massa};$

$g = \text{aceleração da gravidade} = 9,81 \frac{m}{s^2};$

O diferencial de Energia Potencial, dE_p , é dado por:

$$dE_p = g \cdot h \cdot dm \quad (4.2)$$

onde:

$dm = dm_a;$

então:

$$dm_a = \rho \cdot dV = \rho \cdot A \cdot dh \quad (4.3)$$

onde:

$\rho = \text{densidade da água} (1000 \frac{kg}{m^3});$

$A = \text{área da seção transversal do reservatório} (m^2);$

Substituindo (3) em (2), temos:

$$dE_p = g \cdot h \cdot \rho \cdot A \cdot dh \quad (4.4)$$

integrando em h temos:

$$E_p = \rho \cdot g \cdot A \cdot \int_0^{H_a} h \cdot dh \quad (4.5)$$

portanto:

$$E_p = \rho \cdot g \cdot A \cdot \frac{H_a^2}{2} \quad (4.6)$$

Porém:

$$A \cdot H_a = V \quad (4.7)$$

onde V = Volume de água do reservatório

Substituindo (4.7) em (4.6), temos:

$$E_p = \rho \cdot g \cdot V \cdot \frac{H_a}{2} \quad (4.8)$$

mas:

$$\rho \cdot V = m_a \quad (4.9)$$

substituindo (4.9) em (4.8), temos finalmente:

$$E_p = m_a \cdot g \cdot \frac{H_a}{2} \quad (4.10)$$

não considerando evidentemente ainda um parâmetro de eficiência para extração de energia do reservatório.

A energia total (E_T) é igual:

$$E_T = E_p \quad (4.11)$$

pois não há ainda movimento de água saindo ou entrando no tanque.

Podemos concluir o seguinte:

Observa-se que a energia da água armazenada no reservatório cilíndrico é igual a energia potencial tomada pelo centro de massa da coluna H que é ponto médio da altura de água em relação ao seu fundo de onde é tomada a saída².

Esse mesmo resultado de (4.10), acrescentando-se o parâmetro de eficiência na extração de energia, é confirmado pela dedução do Apêndice 1 partindo da clássica fórmula da potência para reservatórios hidroelétricos:

$$N = \rho \cdot g \cdot Q \cdot H \cdot \eta \quad (4.12)$$

² Nos sistemas hidroelétricos, onde há um suprimento constante de água por um rio e a variação de altura da coluna d'água é muito lenta, o cálculo da energia é feito a partir de (4.12) com a altura constante tomada da crista da água. No presente trabalho, o objetivo é computar a energia existente num reservatório contendo uma quantidade finita e sem reposição imediata de água.

onde:

N é a potência em $W = J/s$, e

η = eficiência da conversão da energia hidráulica para elétrica;

Considerando como exemplo um tanque com as seguintes características:

$$H_a = 5m \quad (4.13)$$

$$A = 20m^2 \quad (4.14)$$

$$\rho_a = 1000 \frac{Kg}{m^3} \quad (4.15)$$

Aplicando (4.6), temos:

$$E_p = \rho \cdot g \cdot A \cdot \frac{H_a^2}{2} = 1000 \cdot 9,81 \cdot 20 \cdot \frac{5^2}{2} \quad (4.16)$$

$$E_p = 2.452.500 J \quad (4.17)$$

4.2 Energia contida num reservatório de água pressurizado

A pressurização de um líquido não é uma novidade. Já vem sendo muito utilizada para mover guindastes e braços hidráulicos em máquinas há um bom tempo. Também é utilizada como acumulador de energia para equilibrar a pressão num circuito pneumático, absorvendo picos e depressões de pressão. Essas aplicações sempre foram tratadas de forma muito limitada a circuitos fechados de pressão em acumuladores hidráulicos. A ideia agora é aplicar esse conceito para sistemas grandes, parcialmente fechados, e gerar energia elétrica a partir de um reservatório de água pressurizado de maiores dimensões que atenda às necessidades de energia em maior escala.

Para levantar a quantidade de energia (tomada com referência na base do tanque) que é possível ter com a pressurização, vamos fazer a modelagem do sistema pressurizado de água, composto de um reservatório (tanque) dentro do qual se movimenta um êmbolo bastante pesado, cuja densidade seja muitas vezes a densidade da água, como em Aço Inoxidável e preenchido com

Chumbo. A figura 4-1 ilustra uma situação genérica com o êmbolo posicionado em alguma altura do reservatório.

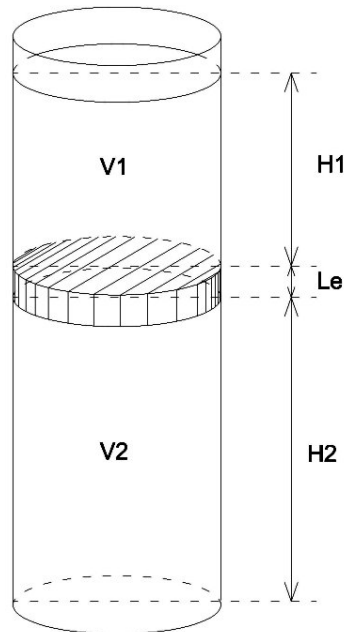


Figura 4-2: Tanque com parte inferior pressurizada por peso e com armazenamento superior (próprio autor).

O êmbolo possui anéis de vedação que minimizam o vazamento de água conforme se verifica na figura 4-2. Mas, mesmo que isso ocorra em nível mínimo, a água não sai do sistema e vai se dirigir ao volume superior V_1 , que é depois então bombeada para o reservatório inferior. Considera-se desprezível o atrito entre os anéis e as paredes internas do reservatório.

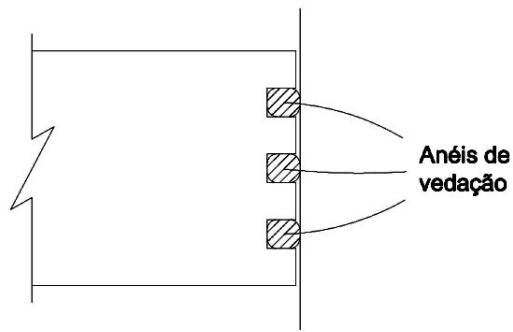


Figura 4-3 Anéis de vedação no êmbolo de pressurização (Próprio autor).

Assume-se, que o êmbolo tenha uma fração de volume de Aço, $f_{Aço}$, que compõe a estrutura do êmbolo, e uma fração de volume de chumbo, f_{Pb} , que o preenche.

Assim:

$$f_{Aço} + f_{Pb} = 1 \quad (4.18)$$

A fração volumétrica é dada por:

$$V_{Aço} = f_{Aço} \cdot V_e \quad (4.19)$$

$$V_{Pb} = f_{Pb} \cdot V_e \quad (4.20)$$

onde:

$V_{Aço}$ = Volume de aço no êmbolo,

V_{Pb} = Volume de chumbo no êmbolo, e

V_e = Volume do êmbolo.

portanto:

$$m_{aço} = f_{Aço} \cdot V_e \cdot \rho_{Aço} \quad (4.21)$$

e

$$m_{Pb} = f_{Pb} \cdot V_e \cdot \rho_{Pb} \quad (4.22)$$

onde:

$m_{aço}$ = Massa de aço no êmbolo, e

m_{pb} = Massa de chumbo no êmbolo.

A massa do êmbolo é dada por:

$$m_e = m_{aço} + m_{pb} \quad (4.23)$$

assim:

$$m_e = f_{Aço} \cdot V_e \cdot \rho_{Aço} + f_{pb} \cdot V_e \cdot \rho_{pb} \quad (4.24)$$

e

$$m_e = (f_{Aço} \cdot \rho_{Aço} + f_{pb} \cdot \rho_{pb}) \cdot V_e \quad (4.25)$$

assim:

$$\rho_e = f_{Aço} \cdot \rho_{Aço} + f_{pb} \cdot \rho_{pb} \quad (4.26)$$

onde:

ρ_e = Densidade do êmbolo.

O peso do êmbolo então será:

$$G_e = \rho_e \cdot V_e \cdot g \quad (4.27)$$

Esse êmbolo tem a função de pressurizar a água contida na parte do reservatório abaixo dele.

Localizado na parte inferior do tanque se localiza uma máquina de fluxo do tipo bomba / turbina reversível, cuja função ora é bombear a água do reservatório superior para o reservatório inferior quando há disponibilidade de energia de fora e ora é gerar energia elétrica na função de turbina, deslocando água do reservatório inferior para o superior.

A Energia Potencial total, correspondente ao sistema composto dos reservatórios superior, êmbolo e inferior de água, é aditiva³:

$$E_{PT} = E_{P1} + E_{Pe} + E_{P2} \quad (4.28)$$

onde

E_{P1} , E_{Pe} , E_{P2} = Energias potenciais de cada massa do sistema da figura 21, respectivamente: água do reservatório superior, êmbolo pesado e água do reservatório inferior.

Assim, para o sistema da figura 4-2, a Energia Potencial total é a soma das energias potenciais de cada um dos 3 ambientes: a armazenamento de água superior, o peso do êmbolo e a armazenamento de água inferior.

A Energia Potencial de cada um dos volumes é calculada em relação ao bocal de saída no fundo.

Usando a mesma propriedade deduzida em (10) de que a energia de um reservatório sem movimentação de água é a energia potencial com a altura na metade da coluna d'água do reservatório, temos a energia potencial da água armazenada acima do êmbolo:

$$E_{P1} = m_{a1} \cdot g \cdot \left(\frac{H_1}{2} + L_e + H_2 \right) \quad (4.29)$$

Energia potencial do êmbolo:

$$E_{Pe} = m_e \cdot g \cdot \left(\frac{L_e}{2} + H_2 \right) \quad (4.30)$$

Como a energia potencial da altura do próprio êmbolo não é conversível em outra forma de energia, apenas a água abaixo dele, a esta parcela da Energia Potencial, $m_e \cdot g \cdot \frac{L_e}{2}$, é zero. Então:

³ Vide Apêndice 2 para verificação desse resultado.

$$E_{Pe} = m_e \cdot g \cdot H_2 \quad (4.31)$$

Energia potencial da água armazenada abaixo do êmbolo:

$$E_{P3} = m_{a2} \cdot g \cdot \left(\frac{H_2}{2}\right) \quad (4.32)$$

A energia potencial total será então:

$$E_{PT} = E_{P1} + E_{Pe} + E_{P2} \quad (4.33)$$

assim:

$$E_{PT} = m_{a1} \cdot g \cdot \left(\frac{H_1}{2} + L_e + H_2\right) + m_e \cdot g \cdot H_2 + m_{a2} \cdot g \cdot \left(\frac{H_2}{2}\right) \quad (4.34)$$

Considerando que

$$m = \rho \cdot A \cdot H \quad (4.35)$$

e associando termos semelhantes, temos:

$$E_{PT} = \frac{1}{2} \cdot A \cdot g \cdot \rho_a \cdot (H_1 + H_2)^2 + A \cdot g \cdot L_e \cdot (\rho_a \cdot H_1 + \rho_e \cdot H_2) \quad (4.36)$$

A primeira parcela se refere somente a água e a segunda depende do êmbolo de pressurização.

Essa fórmula deve ser usada nos casos em que a referência é tomada na base do reservatório.

4.3 Exemplo numérico

Considerando os mesmos dados de (4.13) a (4.15), onde:

$$H_a = 5m \quad (4.37)$$

porém agora distribuindo entre os dois reservatórios superior e inferior em:

$$H_1 = 2m \quad (4.38)$$

e

$$H_2 = 3m \quad (4.39)$$

$$L_e = 0.75m \quad (4.40)$$

O Aço Inox tem uma densidade de aproximadamente 8.000 kg/m³ enquanto o chumbo (Pb) tem cerca de 11.340 kg/m³. Então:

$$\rho_{aço} = 8.000 \frac{kg}{m^3} \quad (4.41)$$

$$\rho_{CP} = 11.340 \frac{kg}{m^3} \quad (4.42)$$

Considerando também hipoteticamente:

$$f_{Aço} = 0,2 \quad (4.43)$$

$$f_{Pb} = 0,8 \quad (4.44)$$

temos:

$$\rho_e = f_{Aço} \cdot \rho_{Aço} + f_{Pb} \cdot \rho_{Pb} = 0,2 \cdot 8000 \frac{Kg}{m^3} + 0,8 \cdot 11340 \frac{Kg}{m^3} \quad (4.45)$$

$$\rho_e = 10.672 \frac{Kg}{m^3} \quad (4.46)$$

assim, numericamente:

$$m_{a1} = \rho_a \cdot A \cdot H_1 = 1.000 \frac{kg}{m^3} \cdot 20 m^2 \cdot 2 m = 40.000 Kg \quad (4.47)$$

$$m_e = \rho_E \cdot A \cdot L_e = 10.672 \frac{kg}{m^3} \cdot 20 m^2 \cdot 0,75 m = 160.080 Kg \quad (4.48)$$

$$m_{a2} = \rho_a \cdot A \cdot H_2 = 1.000 \frac{kg}{m^3} \cdot 20 m^2 \cdot 3 m = 60.000 Kg \quad (4.49)$$

As energias potencias de cada volume serão:

$$E_{P_1} = 40.000 \cdot 9,81 \cdot \left(\frac{2}{2} + 0,75 + 3\right) = 1.863.900 J \quad (4.50)$$

$$E_{P_e} = 160.080 \cdot 9,81 \cdot 3 = 4.711.154 J \quad (4.51)$$

$$E_{P_2} = 60.000 \cdot 9,81 \cdot \left(\frac{3}{2}\right) = 882.900 J \quad (4.52)$$

A energia potencial total será então:

$$E_{PT} = E_{p_1} + E_{pe} + E_{p_2} \quad (4.53)$$

$$E_{PT} = 7.457.954 J \quad (4.54)$$

Empregando diretamente (4.36) os dados do exemplo, temos:

$$E_{PT} = \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot 9,81 \cdot 1000 \cdot (2 + 3)^2 + 20 \cdot 9,81 \cdot 0,75 \cdot (1000 \cdot 2 + 10672 \cdot 3) \quad (4.55)$$

$$E_{PT} = 2.452.500 + 5.005.454 = 7.457.954 J \quad (4.56)$$

que é igual a (4.54).

4.4 Energia somente da água

Sem o êmbolo, a energia potencial entre a armazenamento dos Volumes V_1 e V_2 devida somente da água é:

$$E_{Pa} = \frac{1}{2} \rho_a \cdot A \cdot g \cdot (H_1 + H_2)^2 \quad (4.57)$$

onde:

$$E_{Pa} = \text{Energia potencial dos volumes de água} = E_{P_1} + E_{P_2}$$

4.5 Energia somente do êmbolo-peso

Com a adição do êmbolo, a variação da energia potencial devida ao êmbolo é dada por:

$$\Delta_{EP} = A \cdot g \cdot L_e \cdot (\rho_a \cdot H_1 + \rho_e \cdot H_2) \quad (4.58)$$

onde:

Δ_{EP} = Energia Potencial devida ao êmbolo

4.6 Variação percentual da Energia Potencial com a adição do Peso de Pressurização

A variação percentual da Energia Potencial devida ao acréscimo do peso, será:

$$\frac{\Delta_{EP}}{E_{pa}} = 2 \cdot \frac{L_e \cdot (\rho_a \cdot H_1 + \rho_e \cdot H_2)}{\rho_a \cdot (H_1 + H_2)^2} \quad (4.59)$$

4.7 Situação de Máxima Energia

Enquanto houver água no reservatório superior, acima do peso, haverá consumo de energia para transferir a água do reservatório superior para o inferior.

A máxima Energia com a qual se pode contar do sistema de armazenamento é aquela em que toda a água já está bombeada para baixo do peso de pressurização, ou seja, quando o êmbolo está na sua posição de altura máxima.

Neste caso temos o sistema indicado na figura 4-3.

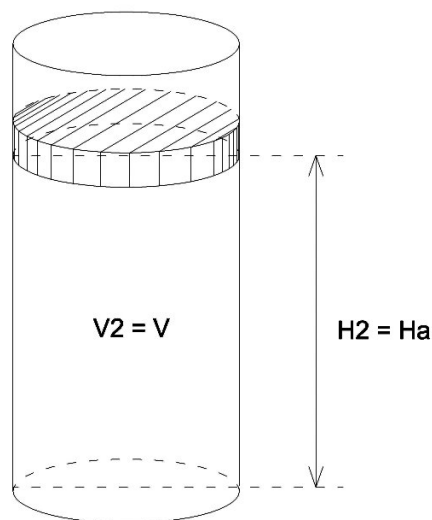


Figura 4-4: Armazenagem pressurizada com toda a água abaixo do êmbolo-peso (próprio autor).

Nesta situação,

$$H_1 = 0 \quad (4.60)$$

e portanto:

$$H_2 = H_{max} = H_a \quad (4.61)$$

H_{max} = Máxima altura de água de armazenamento conversível em energia.

então:

$$E_{PT} = \frac{1}{2} \cdot A \cdot g \cdot \rho_a \cdot H_a^2 + A \cdot g \cdot \rho_E \cdot L_e \cdot H_a \quad (4.62)$$

Esse mesmo resultado pode ser obtido através da modelagem do trabalho efetuado pela bomba na cota inferior do reservatório. O Apêndice 3 traz essa dedução.

A energia potencial devida à água é a parcela:

$$E_{Pa} = \frac{1}{2} \cdot A \cdot g \cdot \rho_a \cdot H_a^2 \quad (4.63)$$

e a parcela devida à adição do êmbolo por:

$$\Delta_{EP} = A \cdot g \cdot L_e \cdot \rho_E \cdot H_a \quad (4.64)$$

A unidade de Energia para (62) é o Joule e segue o SI. Considerando a identidade:

$$\left(\frac{1 \cdot \frac{J}{Kg}}{1 \cdot \frac{m^2}{s^2}} \right) = 1 \quad (4.65)$$

temos:

$$[E_{PT}] = m^2 \cdot \frac{m}{s^2} \cdot \frac{Kg}{m^3} \cdot m^2 \cdot \left(\frac{1 \cdot \frac{J}{Kg}}{1 \cdot \frac{m^2}{s^2}} \right) = J \quad (4.66)$$

A variação percentual de Energia Potencial com a adição do êmbolo-pêso será dada pelo quociente entre (64) e (63):

$$\frac{\Delta_{EP}}{E_{pa}} = 2 \cdot \frac{\rho_e}{\rho_a} \cdot \frac{L_e}{H_a} \quad (4.67)$$

Chamando a razão entre as densidades do êmbolo e da água de:

$$\frac{\rho_e}{\rho_a} = r_\rho \quad (4.68)$$

e a razão entre as alturas do êmbolo e da coluna d'água de:

$$\frac{L_e}{H_a} = r_h \quad (4.69)$$

temos que a variação da Energia Potencial devida ao acréscimo do êmbolo-peso é dobro do produto das razões de densidade e de altura, entre o êmbolo pesado e a água:

$$\frac{\Delta_{EP}}{E_{pa}} = 2 \cdot r_\rho \cdot r_h \quad (4.70)$$

Com os números do nosso exemplo,

$$H_1 = 0 \quad (4.71)$$

portanto:

$$H_2 = 5m \quad (4.72)$$

que é a altura total de água possível de armazenamento. Então por (4.62):

$$E_{pT} = \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot 9,81 \cdot 1000 \cdot (5)^2 + 20 \cdot 9,81 \cdot 0,75 \cdot (10672 \cdot 5) \quad (4.73)$$

$$E_{pT} = 2.452.500 + 7.851.924 = 10.304.424 J \quad (4.74)$$

Esse valor sobre os 2.452.500 J devidos somente à água, significam + 320% de energia potencial!

Conferindo com os índices:

$$r_p = \frac{\rho_e}{\rho_a} = \frac{10672}{1000} = 4,4 \quad (4.75)$$

e

$$r_h = \frac{L_e}{H_a} = \frac{0,75}{5,00} = 0,15 \quad (4.76)$$

Portanto a variação percentual da Energia Potencial com a adição do êmbolo-peso será de:

$$\frac{\Delta_{EP}}{E_{Pa}} = 2 \cdot 10,672 \cdot 0,15 = 3,2016 \text{ ou } + 320,16\% \quad (4.77)$$

que é uma variação significativa de energia para o exemplo considerado!

Isso confere pois, se tomarmos +320,16% sobre (4.17) que é o mesmo reservatório sem o êmbolo-pêso, temos o mesmo resultado que (4.74), ou seja:

$$E_{PT} = E_{Pa} + \Delta_{EP} \quad (4.78)$$

$$E_{PT} = E_{Pa} \cdot \left(1 + \frac{\Delta_{EP}}{E_{Pa}}\right) \quad (4.79)$$

$$E_{PT} = 2.452.500 \cdot (1 + 3,2016) \quad (4.80)$$

$$E_{PT} = 10.304.424 \text{ J} \quad (4.81)$$

que é igual à (4.74).

4.8 Equivalência energética entre a armazenamento pressurizada no solo e a armazenamento natural elevada

Conforme foi afirmado no resumo, a tecnologia de pressurização da água faz o papel da elevação do reservatório. Vamos então determinar essa relação entre pressurização e elevação de um reservatório não pressurizado. Vamos considerar a situação do reservatório da fig. 4-1, sem peso de pressurização, porém elevado a “x” metros do solo, num relevo de maior cota e outro reservatório pressurizado num nível abaixo, conforme a figura 4-5:

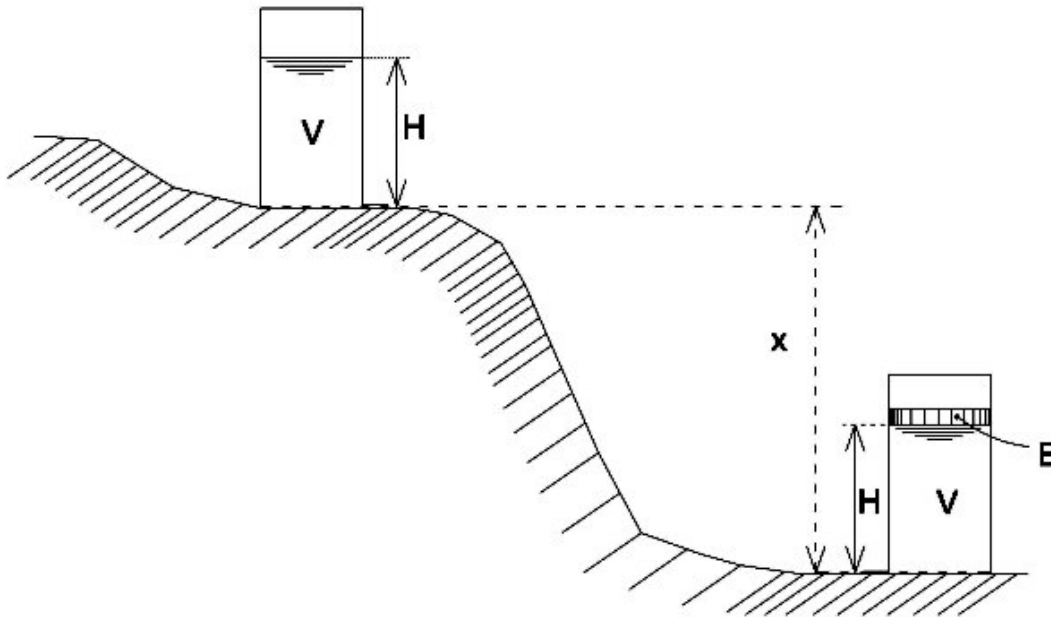


Figura 4-5 Tanque de armazenamento colocado numa elevação natural comparado com tanque pressurizado numa cota não elevada (próprio autor).

Como vimos em (4.62), a Energia Potencial de um tanque com toda a água pressurizada pelo êmbolo-peso é dada por:

$$E_{PT} = \frac{1}{2} \cdot A \cdot g \cdot \rho_a \cdot H^2 + A \cdot g \cdot L_e \cdot (\rho_E \cdot H) \quad (4.82)$$

e considerando que

$$m = \rho \cdot A \cdot H \quad (4.83)$$

temos:

$$E_{PT} = \frac{1}{2} \cdot m_a \cdot g \cdot H + m_E \cdot g \cdot H \quad (4.84)$$

ou

$$E_{PT} = g \cdot H \cdot \left(\frac{m_a}{2} + m_E \right) \quad (4.85)$$

Para um sistema elevado conforme figura 4-5, a energia potencial do reservatório elevado é dada por:

$$E_{PT} = m_a \cdot g \cdot \left(\frac{H}{2} + x \right) \quad (4.86)$$

Agora, ainda sem considerar as perdas do sistema, supondo que a massa de água do sistema elevado e do sistema pressurizado seja a mesma, vamos determinar a relação entre o sistema pressurizado e o sistema elevado para ter a mesma energia potencial:

Igualando (4.85) e (4.86), temos:

$$m_a \cdot g \cdot \left(\frac{H}{2} + x \right) = g \cdot H \cdot \left(\frac{m_a}{2} + m_E \right) \quad (4.87)$$

simplificando, temos:

$$m_a \cdot x = m_E \cdot H \quad (4.88)$$

Chegamos numa reveladora relação de equivalência energética entre o sistema pressurizado no solo (para tomando como referência a base do reservatório) e o sistema elevado:

O produto da massa de água pela elevação do reservatório num relevo é equivalente ao produto da massa do êmbolo de pressurização pela altura da coluna interna de água do reservatório no solo para gerar a mesma energia potencial!

Voltando ao nosso exemplo numérico, onde:

$$H = 5m \quad (4.89)$$

$$A = 20m^2 \quad (4.90)$$

portanto:

$$V = 100m^3 \quad (4.91)$$

Assim a massa de água é:

$$m_a = \rho_a \cdot V_a = 1000 \cdot 100 = 100.000kg \quad (4.92)$$

Considerando um êmbolo com altura de 0,75m, temos que:

$$V_E = 0,75m \cdot 20m^2 = 15m^3 \quad (4.93)$$

e que:

$$m_E = \rho_E \cdot V_E \quad (4.94)$$

temos:

$$m_E = 10672 \cdot 15 = 160.080 kg \quad (4.95)$$

Assim a altura que se teria que elevar um reservatório de mesma capacidade seria (de 4.88):

$$m_a \cdot x = m_E \cdot H = 100.000 \cdot x = 160.080 \cdot 5 \quad (4.96)$$

$$x = 8 m \quad (4.97)$$

Considerando que a massa de água a ser elevada é de 100.000 kg, no caso da ausência de uma elevação natural no relevo, seria necessária uma estrutura extraordinariamente reforçada para elevar o reservatório e criar altura não só suportando o peso de água, mas também o container de aço do reservatório.

Assim, o sistema pressurizado de água pode ser projetado de forma a compensar a falta de um relevo que propicie uma diferença natural de altura e evitar estruturas custosas para criar diferenças de altura.

A pressurização da água guarda uma equivalência com a altura que um reservatório seria elevado para produzir a mesma energia.

A massa do êmbolo de pressurização para produzir a mesma energia que proporcionaria um reservatório elevado é dada por:

$$m_e = m_a \cdot \frac{x}{H} \quad (4.98)$$

5 SISTEMA DE ARMAZENAMENTO DE ENERGIA MECÂNICA EM RESERVATÓRIOS DE ÁGUA PRESSURIZADOS COM FLUXO ENTRE DOIS TANQUES

Até agora, todas as relações e equações como a da energia potencial foram obtidas tendo como referência o fundo do reservatório, para que pudéssemos entender a quantidade de energia existente em sistemas sem pressurização e pressurizados, a densidade de energia e a relação de equivalência entre reservatórios pressurizados no solo e elevados sem pressurização.

Porém agora vamos passar para o estudo de sistemas de armazenagem que compõem-se de pares de reservatórios ou subdivisões de um reservatório, que operam em conjunto para o propósito de armazenar energia na forma mecânica hidráulica, estando a referência não mais no fundo do reservatório conforme vai ser explicado.

A primeira configuração desse tipo de sistema que será estudada neste trabalho será a de **fluxo entre dois tanques**, ou seja, um tanque localizado na superfície e que contém o êmbolo pesado, e outro de mesmas dimensões, localizado logo abaixo no subsolo. O primeiro, uma vez cheio, encaminha a água através da turbina para o reservatório inferior para complementar o abastecimento de energia para as cargas nos momentos em que há insuficiência de geração elétrica.

Nos momentos de sobra de energia de geração, esta é usada para bombear a água do reservatório inferior para o reservatório superior. Essa configuração está ilustrada na figura 5-4. O nível de referência será o da altura da turbina / bomba.

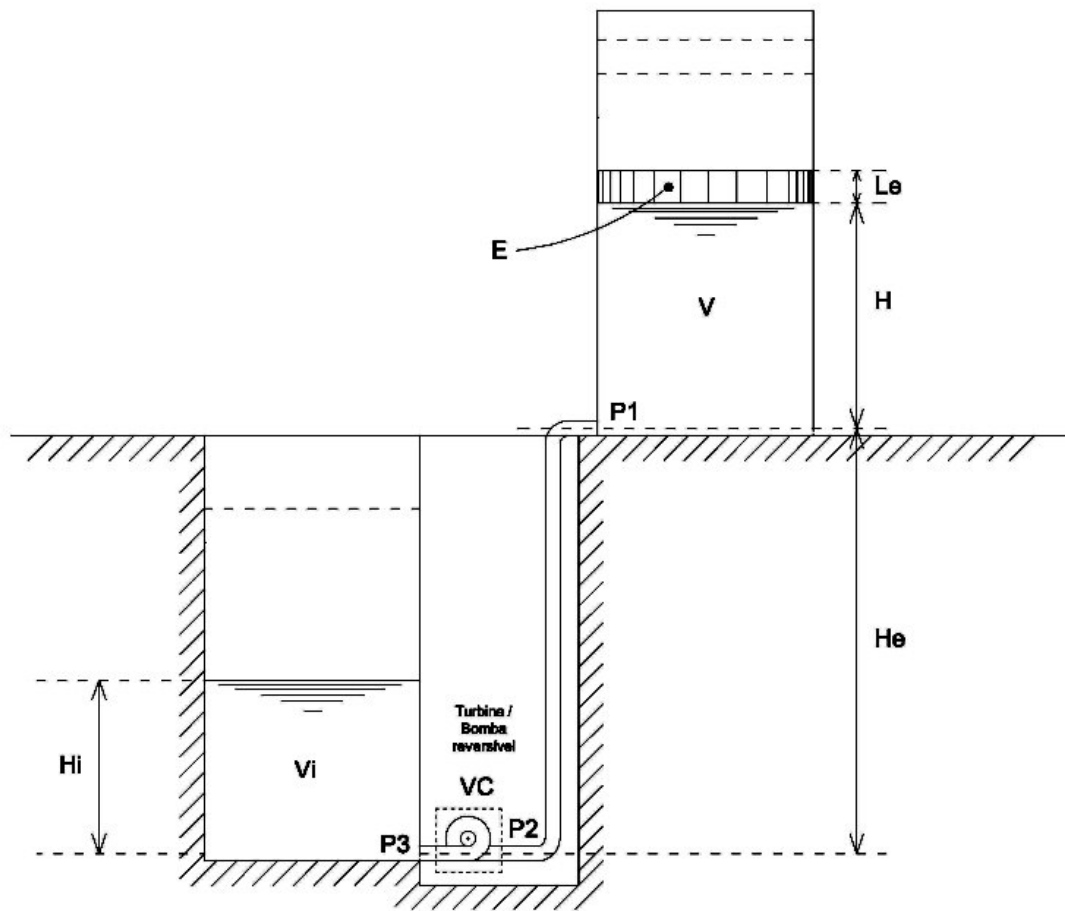


Figura 5-1: Sistema de armazenamento de energia mecânica em reservatórios de água pressurizados em dois tanques (próprio autor).

Como o sistema trabalha com fluxo entre dois tanques, a quantidade total de água entre eles é constante:

$$H_i + H = H_a \quad (5.1)$$

Calculando as pressões P_1 , P_2 e P_3 :

$$P_1 = \frac{m_e \cdot g}{A} + \frac{m_a \cdot g}{A} \quad (5.2)$$

então:

$$P_1 = \frac{\rho_e \cdot V_e \cdot g}{A} + \frac{\rho_a \cdot V_a \cdot g}{A} \quad (5.3)$$

portanto:

$$P_1 = \frac{\rho_e \cdot L_e \cdot A \cdot g}{A} + \frac{\rho_a \cdot H \cdot A \cdot g}{A} \quad (5.4)$$

assim:

$$P_1 = \rho_e \cdot L_e \cdot g + \rho_a \cdot H \cdot g \quad (5.5)$$

$$P_2 = P_1 + \rho_a \cdot H_e \cdot g \quad (5.6)$$

onde:

H_e = altura de elevação do reservatório da superfície em relação ao inferior

Substituindo (5.5) em (5.6), temos

$$P_2 = \rho_e \cdot L_e \cdot g + \rho_a \cdot H \cdot g + \rho_a \cdot H_e \cdot g \quad (5.7)$$

e

$$P_3 = \frac{m_i \cdot g}{A} = \frac{\rho_a \cdot V_i \cdot g}{A} = \frac{\rho_a \cdot H_i \cdot A \cdot g}{A} \quad (5.8)$$

portanto:

$$P_3 = \rho_a \cdot H_i \cdot g \quad (5.9)$$

de (5.1):

$$P_3 = \rho_a \cdot (H_a - H) \cdot g \quad (5.10)$$

A energia mecânica em um escoamento por ser expressa por unidade de massa por⁴:

$$e_{mec} = \frac{P}{\rho} + \frac{v^2}{2} + g \cdot z \quad (5.11)$$

onde:

P = Pressão manométrica (N/m²);

v = Velocidade de escoamento (m/s);

⁴ Çengel (2015).

z = cota em relação à uma referência de altura (no presente caso na cota da tubulação da máquina de fluxo).

As unidades são consistentes com energia por unidade de massa:

$$\left[\frac{P}{\rho}\right] = \frac{N}{m^2} \cdot \frac{1}{\frac{Kg}{m^3}} = Kg \cdot \frac{m}{s^2} \cdot \frac{1}{m^2} \cdot \frac{m^3}{Kg} \cdot \left(\frac{\frac{J}{Kg}}{\frac{m^2}{s^2}}\right) = \frac{J}{Kg} \quad (5.12)$$

$$\left[\frac{v^2}{2}\right] = \frac{m^2}{s^2} \cdot \left(\frac{\frac{J}{Kg}}{\frac{m^2}{s^2}}\right) = \frac{J}{Kg} \quad (5.13)$$

e

$$[g \cdot z] = \frac{m}{s^2} \cdot m \cdot \left(\frac{\frac{J}{Kg}}{\frac{m^2}{s^2}}\right) = \frac{J}{Kg} \quad (5.14)$$

A variação da energia mecânica é dada por:

$$\Delta e_{mec} = \frac{P_2 - P_3}{\rho} + \frac{v_2^2 - v_3^2}{2} + g \cdot (z_2 - z_3) \quad (5.15)$$

onde:

z_2, z_3 = cotas em metros em relação a tubulação de entrada e saída da turbina = 0

v_2, v_3 = velocidades de escoamento na tubulação a juzante e vazante da turbina.

Aplicando para a situação ilustrada pela figura 5-1, temos que $v_2=v_3$ e $z_2=z_3=0$:

$$\Delta e_{mec} = \frac{P_2 - P_3}{\rho_a} \quad (5.16)$$

Substituindo (5.7) e (5.10) em (5.16), temos:

$$\Delta e_{mec} = \frac{(\rho_e \cdot L_e \cdot g + \rho_a \cdot H \cdot g + \rho_a \cdot H_e \cdot g) - (\rho_a \cdot H_a \cdot g - \rho_a \cdot H \cdot g)}{\rho_a} \quad (5.17)$$

assim:

$$\Delta e_{mec} = \frac{\rho_e \cdot L_e \cdot g + 2 \cdot \rho_a \cdot H \cdot g + \rho_a \cdot H_e \cdot g - \rho_a \cdot H_a \cdot g}{\rho_a} \quad (5.18)$$

Segundo Çengel (2015), a potência de uma turbina ou bomba no volume de controle indicado na figura 5-1 é dada por:

$$\dot{W} = \dot{m} \cdot \Delta e_{mec} \quad (5.19)$$

Como

$$m = \rho_a \cdot V_a \quad (5.20)$$

então

$$\dot{m} = \frac{dm}{dt} = \rho_a \cdot \frac{dV_a}{dt} = \rho_a \cdot A \cdot \frac{dH}{dt} \quad (5.21)$$

Considerando que:

$$\dot{W} = \frac{dW}{dt} \quad (5.22)$$

e substituindo (5.18) e (5.21) em (5.19) e este em (5.22), temos:

$$dW = \left[\left(\frac{\rho_e \cdot L_e \cdot g + 2 \cdot \rho_a \cdot H \cdot g + \rho_a \cdot H_e \cdot g - \rho_a \cdot H_a \cdot g}{\rho_a} \right) \cdot \left(\rho_a \cdot A \cdot \frac{dH}{dt} \right) \right] \cdot dt \quad (5.23)$$

portanto:

$$W = A \cdot \left(\rho_e \cdot L_e \cdot g \cdot \int_0^{H_a} dH + \rho_a \cdot H_e \cdot g \cdot \int_0^{H_a} dH - \rho_a \cdot H_a \cdot g \cdot \int_0^{H_a} dH + 2 \cdot \rho_a \cdot g \cdot \int_0^{H_a} H \cdot dH \right) \quad (5.24)$$

assim:

$$W = A \cdot \left(\rho_e \cdot L_e \cdot g \cdot H_a + \rho_a \cdot H_e \cdot g \cdot H_a - \rho_a \cdot H_a \cdot g \cdot H_a + 2 \cdot \rho_a \cdot g \cdot \frac{H_a^2}{2} \right) \quad (5.25)$$

portanto:

$$W = A \cdot (\rho_e \cdot L_e \cdot g \cdot H_a + \rho_a \cdot H_e \cdot g \cdot H_a) \quad (5.26)$$

finalmente:

$$W = \rho_a \cdot g \cdot H_a \cdot A \cdot \left(\frac{\rho_e}{\rho_a} \cdot L_e + H_e \right) \quad (5.27)$$

Essa dedução é confirmada mais uma vez de uma forma diferente conforme apêndice 5.

Para verificarmos a quantidade de energia que esse sistema permite, vamos utilizar os dados do exemplo anterior:

$$\rho_a = 1000 \frac{\text{Kg}}{\text{m}^3}$$

$$\rho_e = 10672 \frac{\text{Kg}}{\text{m}^3}$$

$$A = 20 \text{ m}^2$$

$$H_a = 5 \text{ m}$$

$$L_e = 0,75 \text{ m}$$

e vamos adotar que:

$$H_e = 5 \text{ m}$$

Aplicando esses dados em (5.27), temos:

$$W = 1000 \cdot 9,81 \cdot 5 \cdot 20 \cdot \left(\frac{10672}{1000} \cdot 0,75 + 5 \right) \quad (5.28)$$

assim:

$$W = 12.756.924 \text{ J} \quad (5.29)$$

Vê-se que, com os mesmos dados, a energia possível é ainda maior que a obtida com a (4.81) de 10.304.424 J porque além de pressurizada a água do reservatório, agora existe uma altura extra entre o reservatório superior no solo e o inferior no subsolo.

O sistema de fluxo entre dois tanques permite que as dimensões dos reservatórios não precisem ser muito grandes.

Adicionando rendimentos

Considerando que os rendimentos da máquina de fluxo são diferentes na função bomba e turbina, temos finalmente:

- a) O trabalho realizado pela turbina na configuração da figura 5-1 utilizando toda a água pressurizada do reservatório é:

$$W_t = \rho_a \cdot g \cdot H_a \cdot A \cdot (r_\rho \cdot L_e + H_e) \cdot \eta_t \quad (5.28)$$

- b) O trabalho realizado pela bomba para elevar o êmbolo para a posição de máxima altura é dada por:

$$W_b = \frac{\rho_a \cdot g \cdot H_a \cdot A \cdot (r_\rho \cdot L_e + H_e)}{\eta_b} \quad (5.29)$$

onde:

η_b = eficiência da máquina funcionando como bomba

$$r_\rho = \frac{\rho_e}{\rho_a}$$

η_t = eficiência da máquina funcionando como turbina.

A eficiência da turbina é a combinação da eficiência mecânica da turbina com a eficiência elétrica do gerador a ela conectado⁵:

$$\eta_t = \eta_{Ht} \cdot \eta_{Eg} \quad (5.30)$$

e:

η_H = Eficiência Hidráulica da Turbina: Rendimento da conversão da energia instantânea do movimento da água em potência rotacional no eixo;

η_E = Eficiência Elétrica do Gerador conectado à turbina: Rendimento da conversão da potência rotacional do eixo em potência elétrica;

⁵ Vide Apêndice 4 para dedução dessa expressão.

Potência consumida pela bomba ou gerada pela turbina

Para o cálculo da potência da bomba ou turbina, \dot{W} , precisa-se considerar em que tempo o trabalho é realizado:

$$\dot{W} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left(\frac{W}{\Delta t} \right) = \rho_a \cdot g \cdot \dot{V} \cdot (r_\rho \cdot L_e + H_e) \cdot \eta_t \quad (5.31)$$

Portanto, para o caso da turbina:

$$\dot{W}_t = \rho_a \cdot g \cdot \dot{V} \cdot (r_\rho \cdot L_e + H_e) \cdot \eta_t \quad (5.32)$$

E para o caso da bomba:

$$\dot{W} = \frac{\rho_a \cdot g \cdot \dot{V} \cdot (r_\rho \cdot L_e + H_e)}{\eta_b} \quad (5.32)$$

5.1 Densidade de energia do reservatório pressurizado

A densidade de energia de sistemas hidroelétricos não é muito alta, ficando bem aquém das baterias, supercapacitores e até ar comprimido. Sua grande virtude reside na capacidade de armazenamento que normalmente é a maior dentre todos os sistemas conhecidos, pelo custo de armazenamento mais baixo e pela longevidade com que as instalações hidroelétricas operam, cerca de 20-30 anos contra 3 anos (500-1000 ciclos de descarga completa) das baterias por exemplo.

Porém mesmo um baixo valor de densidade no armazenamento hidroelétrico, pode ser substancialmente aumentado com a pressurização aqui proposta.

Partindo de (5.27), que dá a energia contida num sistema pressurizado tomada com base na altura da turbina/bomba, vamos tomar a densidade máxima de energia, θ :

$$\theta = \frac{W}{V} = \frac{1}{A \cdot H_a} \cdot \rho_a \cdot g \cdot H_a \cdot A \cdot \left(\frac{\rho_e}{\rho_a} \cdot L_e + H_e \right) \quad (5.33)$$

então:

$$\theta = \rho_a \cdot g \cdot \left(\frac{\rho_e}{\rho_a} \cdot L_e + H_e \right) \quad (5.34)$$

$$\theta = \rho_a \cdot g \cdot H_a \cdot \left(\frac{\rho_E}{\rho_a} \cdot \frac{L_e}{H_a} + \frac{H_e}{H_a} \right) \quad (5.35)$$

Lembrando as relações de (4.68) e (4.69), temos:

$$\theta = \rho_a \cdot g \cdot H_a \cdot (r_p \cdot r_h + r_e) \quad (5.36)$$

onde:

$$r_e = \frac{H_e}{H_a} \quad (5.37)$$

A unidade de θ é o Joule/m³:

$$[\theta] = \frac{Kg}{m^3} \cdot \frac{m}{s^2} \cdot m \cdot \left(\frac{1 \cdot \frac{J}{Kg}}{1 \cdot \frac{m^2}{s^2}} \right) = \frac{J}{m^3} \quad (5.38)$$

já que $(r_p \cdot r_h + r_e)$ não tem unidades.

Vamos definir, a partir de (5.36) a densidade⁶ por metro coluna d'água armazenado, incluindo o rendimento do sistema de armazenamento, por:

$$\frac{\theta}{H_a} = \rho_a \cdot g \cdot (r_p \cdot r_h + r_e) \cdot \eta_b \cdot \eta_t \quad (5.39)$$

A unidade é

$$\left[\frac{\theta}{H_a} \right] = \frac{J}{m^3 \cdot m} \quad (5.40)$$

A figura 2 mostra a densidade de energia do sistema de armazenamento com diferentes frações de aço, concreto pesado (densidade de 4400 kg/m³) e chumbo do êmbolo, com $r_e = 1$ e $\eta_b = \eta_t = 1$.

⁶ A energia tomada em relação a cota da turbina / bomba.

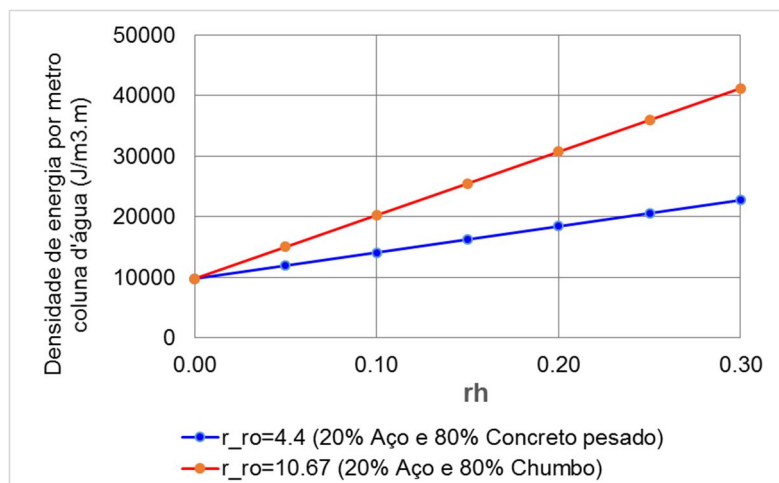


Figura 5-2: Densidade de energia por metro de coluna d'água armazenado para cada fração de aço, concreto pesado e chumbo em relação à proporção de altura de êmbolo de pressurização e altura de coluna d'água (próprio autor).

5.2 Modelos de turbinas reversíveis com função de bombeamento

A turbina / bomba reversível é um equipamento já disponível no mercado como o caso do modelo da Andritz Série ACT, que pode movimentar até 0,8m³/s e altura manométrica de 80m. Ilustração figura 5-1.



Figura 5-3: Turbina / Bomba reversível compacta Andritz Série ACT.

Existem outros fabricantes que também tem linhas de turbinas / bombas reversíveis para a tecnologia PHES, chegando a grandes vazões e alturas manométricas.

Os designs são bastante variados e a maioria para grandes volumes como a da Voith e da Hydrodyna, conforme se verifica nas figuras 5-2 e 5-3 usados em PHES.

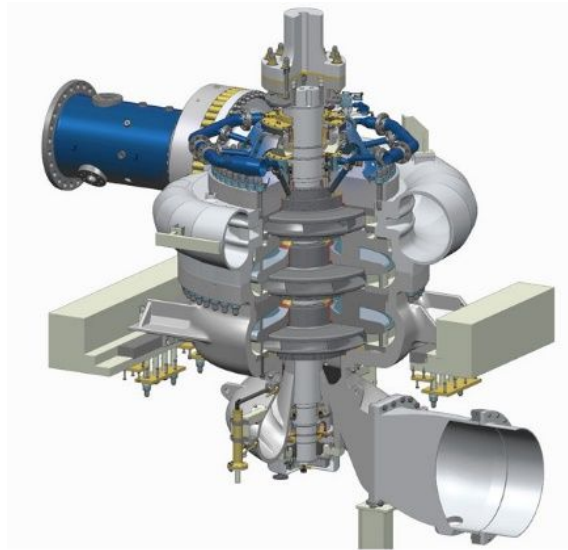


Figura 5-4: Turbina - Bomba reversível de grande porte – Voith.

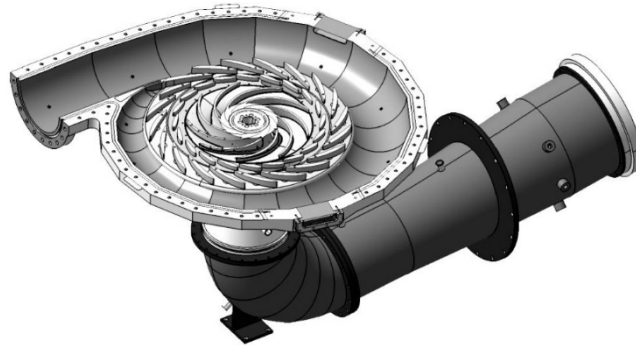


Figura 5-5: Design interno da turbina / bomba reversível Hydrodyna.

6 SISTEMA DE ARMAZENAMENTO DE ENERGIA MECÂNICA EM RESERVATÓRIOS DE ÁGUA PRESSURIZADOS COM FLUXO INTRA-TANQUE

Uma alternativa ao sistema de dois tanques é empregar apenas um reservatório, que funciona de forma mais simples e é baseado na configuração ilustrada nas figuras 6-1 e 6-2.

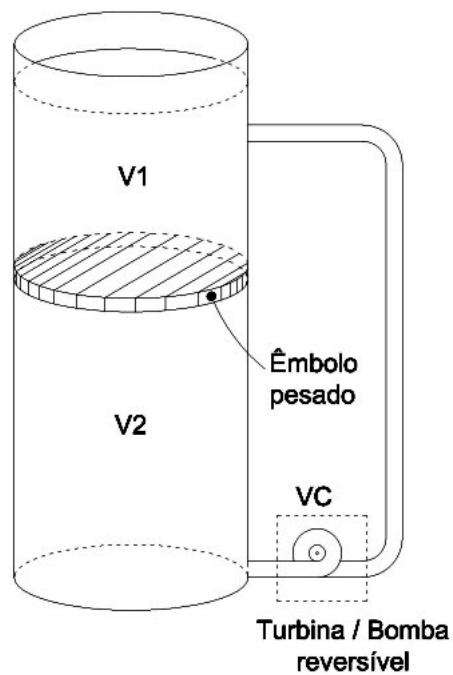


Figura 6-1: Configuração geral do sistema de armazenamento de tanque único (próprio autor).

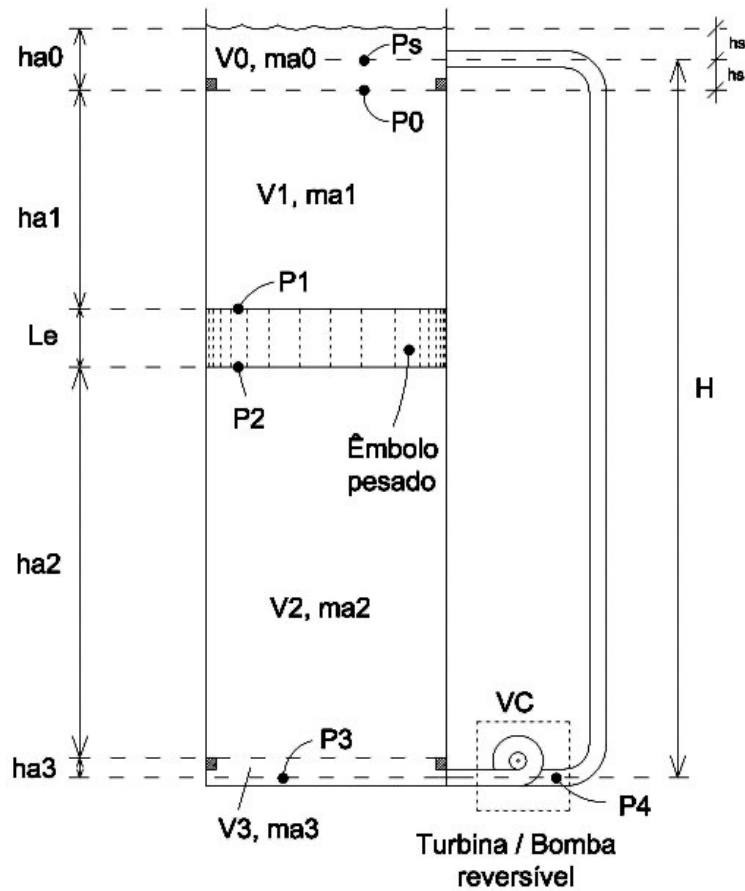


Figura 6-2 Configuração esquemática do sistema de armazenamento de tanque único (próprio autor).

Esta configuração tem uma grande virtude: Na medida em que a água passa pela turbina, pressurizada pelo êmbolo pesado, ela tem mais energia potencial que a altura para voltar ao topo do sistema, acima do êmbolo. Com isso a altura total H permanece constante! Além disso, a pressão P_3 ⁷ é constante porque a massa total de água junto com a massa do êmbolo é constante, como também é constante a pressão P_4 .

Não obstante o êmbolo alterar a energia potencial dependendo da posição dentro do reservatório isso só altera a quantidade de água pressurizada que ainda pode ser usada para gerar energia pela turbina e não a pressão no fundo. Desta forma, com as pressões P_3 e P_4 são constantes e a turbina pode trabalhar no seu ponto ótimo se estiver a plena vazão de saída.

⁷ Neste trabalho as pressões são manométricas e não absolutas exceto quando especificamente definidos.

6.1 Energia elétrica gerada pela turbina ou gasta pela bomba

Seja a máquina de fluxo da figura 6-2. O respectivo volume de controle (VC) está detalhado na figura 6-3.

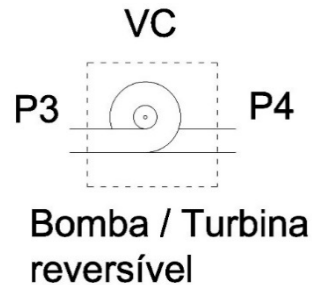


Figura 6-3 Volume de controle em torno da máquina (próprio autor).

Adotando o mesmo procedimento do capítulo anterior (5.11 – 5.15), temos:

$$\Delta e_{mec} = \frac{P_3 - P_4}{\rho} + \frac{v_3^2 - v_4^2}{2} + g \cdot (z_3 - z_4) \quad (6.1)$$

Aplicando para a situação ilustrada pela figura 6-3, temos que $z_3=z_4$ e $v_3=v_4$ (P_3 e P_4 constantes):

$$\Delta e_{mec} = \frac{P_3 - P_4}{\rho} = \frac{\Delta P}{\rho} \quad (6.2)$$

Segundo Çengel (2015), a potência de uma turbina ou bomba é dada por:

$$\dot{W} = \dot{m} \cdot \Delta e_{mec} \quad (6.3)$$

como

$$m = \rho \cdot V \quad (6.4)$$

então

$$\dot{m} = \frac{dm}{dt} = \rho \cdot \frac{dV}{dt} \quad (6.5)$$

Aplicando (112) e (115) em (113), temos:

$$\dot{W} = \rho \cdot \frac{dV}{dt} \cdot \frac{\Delta P}{\rho} \quad (6.6)$$

O trabalho é a integral da potência:

$$dW = (\dot{W}) \cdot dt = \left(\Delta P \cdot \frac{dV}{dt} \right) \cdot dt \quad (6.7)$$

assim:

$$W = \Delta P \cdot \int dV \quad (6.8)$$

então:

$$W = \Delta P \cdot V \quad (6.9)$$

Ainda sem considerar as perdas.

Com:

$$\Delta P = P_3 - P_4 \quad (6.10)$$

a pressão no fundo do reservatório é dada pelo peso total da água e do êmbolo dividido pela área:

$$P_3 = \frac{m_{a0} \cdot g}{A} + \frac{m_{a1} \cdot g}{A} + \frac{m_E \cdot g}{A} + \frac{m_{a2} \cdot g}{A} + \frac{m_{a3} \cdot g}{A} \quad (6.11)$$

então:

$$P_3 = \frac{\rho_a \cdot V_{a0} \cdot g}{A} + \frac{\rho_a \cdot V_{a1} \cdot g}{A} + \frac{\rho_e \cdot V_e \cdot g}{A} + \frac{\rho_a \cdot V_{a2} \cdot g}{A} + \frac{\rho_a \cdot V_3 \cdot g}{A} \quad (6.12)$$

assim:

$$P_3 = \rho_a \cdot h_{a0} \cdot g + \rho_a \cdot h_{a1} \cdot g + \rho_e \cdot L_e \cdot g + \rho_a \cdot h_{a2} \cdot g + \rho_a \cdot h_3 \cdot g \quad (6.13)$$

portanto:

$$P_3 = \rho_a \cdot g \cdot (h_{a0} + h_{a1} + h_{a2} + h_3) + \rho_e \cdot g \cdot L_e \quad (6.14)$$

onde o volume de água que efetivamente transita é dado por:

$$h_{a1} + h_{a2} = H_a \quad (6.15)$$

Por outro lado:

$$P_4 = \rho_a \cdot g \cdot \left(\frac{h_{a0}}{2} + h_{a1} + h_{a2} + h_3 \right) + \rho_a \cdot g \cdot L_e \quad (6.16)$$

Considerando que $h_{a0} \ll H_a$ vamos adotar que $\frac{h_{a0}}{2} \cong h_{a0}$

Então a diferença de pressão é dada por:

$$\Delta P = P_3 - P_4 = g \cdot L_e \cdot (\rho_e - \rho_a) \quad (6.17)$$

Assim o trabalho fica:

$$W = V_a \cdot g \cdot L_e \cdot (\rho_e - \rho_a) \quad (6.18)$$

onde:

$$V_a = H_a \cdot A \quad (6.19)$$

Simplificando, temos:

$$W = H_a \cdot A \cdot g \cdot L_e \cdot (\rho_e - \rho_a) \quad (6.20)$$

A unidade de W é o Joule:

$$[W] = m \cdot m^2 \cdot \frac{m}{s^2} \cdot m \cdot \frac{Kg}{m^3} \cdot \left(\frac{1 \cdot \frac{J}{Kg}}{1 \cdot \frac{m^2}{s^2}} \right) = J \quad (6.21)$$

Uma observação importante é que a equação (6.20) é a fórmula do trabalho da bomba ou turbina apenas para fazer movimentar ou receber o movimento do êmbolo pesado pelo fluxo do fluido, mas tendo já o reservatório preenchido com água. Já a equação (4.62) traz a quantidade de energia líquida

presente no reservatório supondo que este esvazie completamente a água pressurizada ou a energia líquida necessária para enchê-lo completamente do zero.

Outro aspecto é que, no caso da operação como turbina por exemplo, a energia contida no reservatório pressurizado é em parte convertida para vencer a altura de volta ao topo do reservatório. Em outras palavras, como a pressão é menor na saída da turbina devido à pressão da coluna d'água, também o trabalho de geração torna-se menor do que a água saindo na cota inferior para a atmosfera.

No caso da operação como bomba, a energia empregada para bombear a água para dentro do tanque é descontada da coluna d'água de descida do topo até o ponto de conexão com o fundo do reservatório. Em outras palavras, a diferença de pressão é menor e o trabalho empregado também menor do que se tivesse que bombear a água para dentro partindo de uma cota do fundo.

Para verificarmos isso, vamos computar numericamente a energia líquida, considerando os mesmos dados do reservatório do exemplo numérico anterior, com dados fornecidos por (4.37) em diante. Aplicando os dados em (6.20), temos:

$$W = 5 \cdot 20 \cdot 9,81 \cdot 0,75 \cdot (10672 - 1000) \quad (6.22)$$

$$W = 7.116.174 \text{ J} \quad (6.23)$$

Como se vê a energia líquida gerada ou bombeada é bem menor que a resultante do cálculo dado em (5.29) que é 12.756.924 J, porque esse pressupõe o esgotamento do reservatório superior para o inferior ou o seu preenchimento completo.

Assim, o trabalho da bomba em (6.20) é de somente deslocar o êmbolo para cima, enquanto o trabalho gerado pela turbina é o somente usar a energia cinética do êmbolo enquanto se desloca para o fundo do reservatório, permanecendo o volume de água todo dentro do volume do reservatório. Ela tem capacidade de armazenamento de energia muito menor que o sistema de fluxo entre tanques (5.27).

Considerando que os rendimentos da máquina de fluxo são diferentes na função bomba e turbina, temos finalmente:

- c) O trabalho realizado pela turbina na configuração da figura 6-2 utilizando toda a água pressurizada do reservatório é:

$$W_t = H_a \cdot A \cdot g \cdot L_e \cdot (\rho_E - \rho_a) \cdot \eta_t \quad (6.24)$$

- d) O trabalho realizado pela bomba para elevar o êmbolo para a posição de máxima altura é dada por:

$$W_b = \frac{H_a \cdot A \cdot g \cdot L_e \cdot (\rho_E - \rho_a)}{\eta_b} \quad (6.25)$$

onde:

$\eta_b =$ eficiência da máquina funcionando como bomba.

6.2 Potência elétrica consumida pela bomba ou gerada pela turbina

Para o cálculo da potência da bomba ou turbina, \dot{W} , precisa-se considerar em que tempo o trabalho é realizado:

$$\dot{W} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left(\frac{W}{\Delta t} \right) = \dot{H}_a \cdot A \cdot g \cdot L_e \cdot (\rho_E - \rho_a) \quad (6.26)$$

Portanto:

$$\dot{W} = Q \cdot g \cdot L_e \cdot (\rho_E - \rho_a) \quad (6.27)$$

Assim, considerando rendimentos diferentes para a máquina de fluxo operando como bomba ou turbina, temos:

Potência dispendida pela bomba para cada vazão:

$$\dot{W}_b(t) = \frac{Q(t) \cdot g \cdot L_e \cdot (\rho_E - \rho_a)}{\eta_b} \quad (6.28)$$

Potência gerada pela turbina para cada vazão:

$$\dot{W}_t(t) = Q(t) \cdot g \cdot L_e \cdot (\rho_E - \rho_a) \cdot \eta_t \quad (6.29)$$

Obs: A determinação da potência nominal da bomba / turbina vai ser calculada no momento do dimensionamento como um todo porque vai precisar atender os picos de diferença de potência entre a geração original e as cargas.

7 EFICIÊNCIA DO SISTEMA PRESSURIZADO

Seja pelo sistema de armazenamento de fluxo entre dois tanques ou pelo sistema de fluxo intra-tanque, a eficiência do sistema de armazenamento pressurizada η_R pode ser definida por:

$$\eta_R = \frac{\text{Energia extraída da armazenagem}}{\text{Energia empregada na armazenagem}} = \frac{W_t}{W_b} \quad (7.1)$$

Substituindo (5.28) e (5.29) em (7.1) ou equivalentemente (6.24) e (6.25) em (7.1), temos finalmente:

$$\eta_R = \eta_b \cdot \eta_t \quad (7.2)$$

8 COMPARAÇÃO DE QUANTIDADE DE ENERGIA ARMAZENÁVEL ENTRE O SISTEMA DE FLUXO ENTRE DOIS TANQUES E O INTRA-TANQUE

Seja ΔW a diferença entre a quantidade de energia do sistema de fluxo entre dois tanques (W_1) e a do sistema de fluxo intra-tanque (W_2). A energia do fluxo entre dois tanques é maior que a do sistema de fluxo intra-tanque pela seguinte razão:

$$\frac{\Delta W}{W_2} = \frac{\rho_a \cdot H_e + \rho_a \cdot L_e}{\rho_e \cdot L_e - \rho_a \cdot L_e} \quad (8.1)$$

Considerando que:

$$\frac{H_e}{H_a} = r_e \quad (8.2)$$

$$\frac{L_e}{H_a} = r_h \quad (8.3)$$

e

$$\frac{L_e}{H_e} = r_L \quad (8.4)$$

temos:

$$\Delta W\% = 100 * \left(\frac{1 + \frac{1}{r_L}}{r_\rho - 1} \right) \quad (8.4)$$

No caso de nosso exemplo:

$$\Delta W\% = 100 * \left(\frac{1 + 6.\bar{6}}{10,672 - 1} \right) \quad (8.4)$$

portanto:

$$\Delta W\% = 79.27\% \quad (8.4)$$

Assim, para os dados empregados usando as mesmas dimensões, a energia na posição do sistema de fluxo entre dois tanques é 79.27% maior que a energia do sistema de fluxo intra-tanque.

9 CONFIGURAÇÃO E DIMENSIONAMENTO DE UM SISTEMA PRESSURIZADO DE ARMAZENAMENTO COM FLUXO ENTRE DOIS TANQUES PARA ATENDIMENTO DE CARGAS ISOLADAS, SENDO ABASTECIDO POR PAINÉIS FOTOVOLTAICOS

Para o dimensionamento do sistema de armazenamento é necessário o entendimento de todo o conjunto de fontes de geração e de cargas porque ele deve justamente servir de complemento no suprimento de energia nos momentos de baixa geração.

Como existe uma notável diferença nos perfis diários de potência gerada e consumida, dependendo da fonte de geração e do tipo de uso da energia, justamente essas diferenças vão permitir dimensionar o tamanho do reservatório.

A figura 9-1 mostra os perfis típicos de potência diários gerados por uma fonte solar e cargas tipicamente residenciais para 100 pessoas (20 famílias).

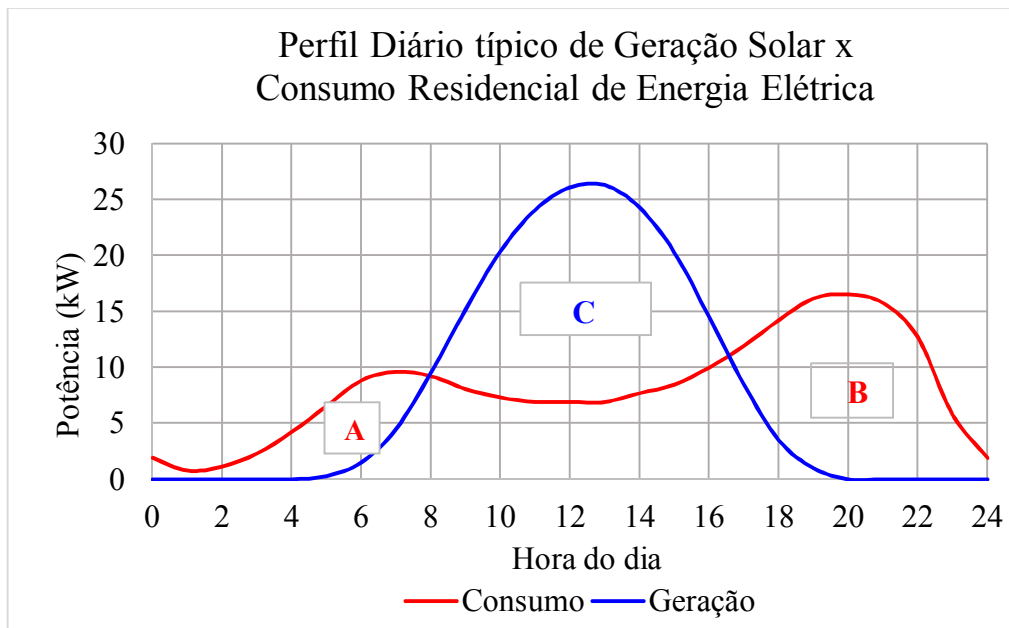


Figura 9-1: Perfil Diário típico de Geração Solar x Consumo Residencial de Energia Elétrica (Adaptado de Procel, 2005).

Os picos de consumo se localizam na parte da manhã com banhos e preparação para o trabalho e no final do dia com outros banhos, iluminação, televisores, etc.

9.1 Definições

Definem-se as seguintes grandezas necessárias para o dimensionamento do sistema:

Potência Gerada Líquida (P_{GL})

Definição (autor): É a potência gerada pelas fontes de energia, descontada das perdas da geração, armazenamento e conversão. É a potência gerada vista pela carga.

Energia Gerada Líquida (E_{GL})

É a Energia gerada pela potência líquida em um intervalo de tempo.

$$E_{GL} = \int_{t_1}^{t_2} P_{GL}(t) \cdot dt \quad (9.1)$$

Potência Consumida pelas Cargas (P_{CC})

É a potência efetiva consumida pelo conjunto de cargas em cada instante.

Energia Consumida pelas Cargas (E_{CC})

É a energia efetiva consumida pela conjunto de cargas em um intervalo de tempo.

$$E_{CC} = \int_{t_1}^{t_2} P_{CC}(t) \cdot dt \quad (9.2)$$

Capacidade de Armazenamento Líquida (R_{L24})

Definição (autor): É a quantidade de energia líquida armazenada correspondente à metade da integral do módulo da diferença entre a Potência Líquida Gerada e a Potência Consumida pelas Cargas no período de 24 horas.

$$R_{L24} = \frac{1}{2} \cdot \int_0^{24h} |P_{GL} - P_{CC}| \cdot dt \quad (9.3)$$

O dimensionamento da armazenagem líquida aqui proposto pressupõe que a energia líquida gerada no período é igual à energia líquida consumida no mesmo período pelo conjunto de cargas.

Isso está refletido na figura 9-1, onde a energia representada pela soma das áreas (A) e (B) e que correspondente à quantidade de energia não atendida pela fonte geradora nos períodos identificados, é compensada pela quantidade de energia excedente representada pela área (C), atendida pelo armazenagem nos outros períodos.

O período total pode ser qualquer número inteiro de dias. Assim se se quiser ter o armazenagem por um dia, a integral cobre 24 horas. Para dois dias, a integral cobre 48 horas e assim por diante. Vamos condicionar nossos cálculos para armazenagem que cubra diferenças no período de 24 horas.

A figura 9-2 traz o diagrama de fluxo de energia e os correspondentes rendimentos associados, para o caso da geração exclusivamente solar e armazenagem pressurizada.

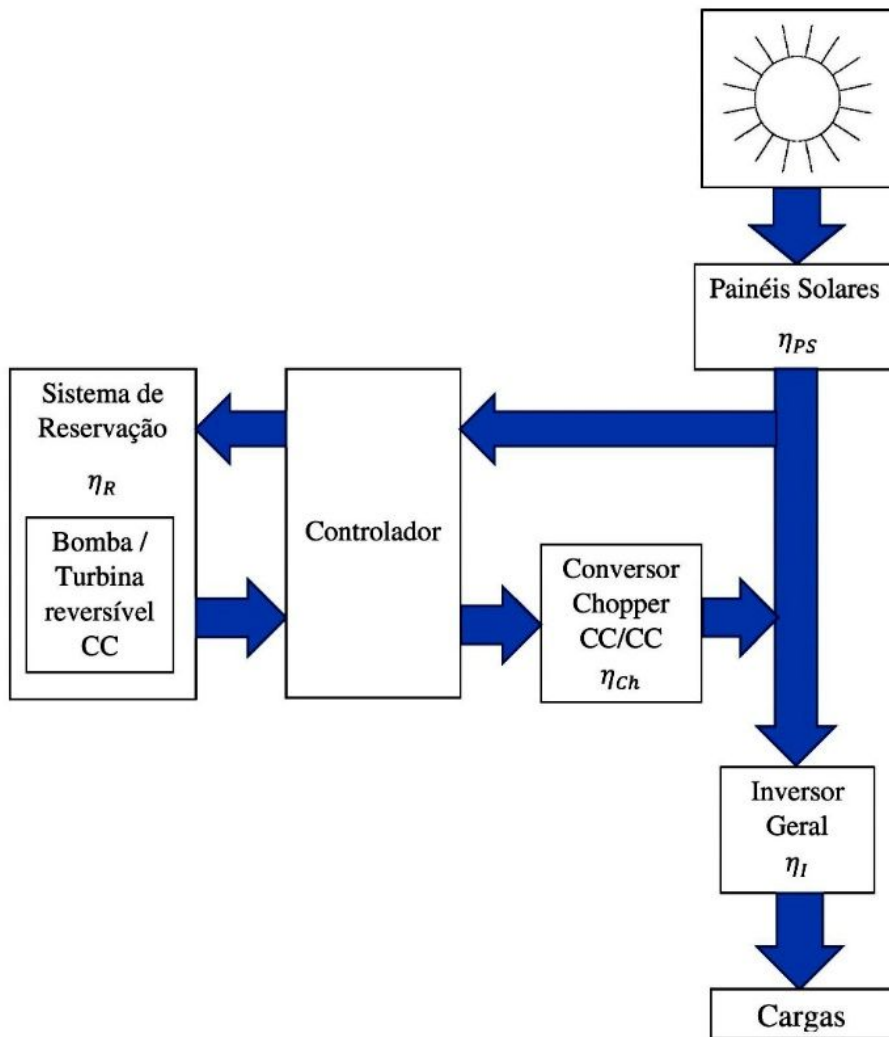


Figura 9-2: Fluxo de energia e rendimentos para sistema com geração solar e armazenamento pressurizada (próprio autor).

onde, da figura:

η_{PS} = rendimento dos painéis solares $\cong 0.15$ atualmente;

η_{ct} = rendimento do controlador $\cong 0.98$;

η_R = rendimento do sistema de reservação = $\eta_t \cdot \eta_b \cong 0,8 \cdot 0,85 = 0,68$;

η_{ch} = rendimento do conversor chopper $\cong 0.98$;

η_I = rendimento do inversor geral $\cong 0.95$;

9.2 Descrição geral do funcionamento do sistema e fluxo de energias

Os painéis solares geram em tensão CC e, havendo mais produção de energia que o consumo das cargas, alimentam estas através do inversor geral. Havendo energia excedente, o controlador aciona a bomba CC que faz a armazenagem hidráulica de energia que consiste na elevação do êmbolo pesado interior do reservatório aumentando sua energia potencial. A potência entregue para o funcionamento da bomba é proporcional à energia excedente disponível e então o armazenamento vai trabalhando de forma proporcional ao excedente de potência gerada em relação à consumida pelas cargas e não toma potência destinada a essas. A máquina de fluxo é reversível como bomba / turbina e acoplada a um gerador / motor CC brushless (BLDC - brushless DC motor), com comutação eletrônica. Este é mais eficiente que o motor convencional CC e é construtivamente muito parecido com um motor síncrono de ímãs permanentes. Quando a potência gerada é menor que a demandada pelas cargas, o controlador libera o funcionamento da turbina que começa a gerar potência CC na proporção necessária. Como a tensão vai variar, a saída de potência da turbina passa por um conversor CC/CC (Chopper) que ajusta a tensão para um valor constante para o trabalho do inversor.

Capacidade de Armazenamento Bruta (R_{B24})

Definição (Autor): É a quantidade de energia bruta armazenada considerando os vários níveis de rendimento dos equipamentos do sistema todo entre os painéis solares, e o abastecimento das cargas.

O rendimento do controlador se aplica 2 vezes: durante o bombeamento e durante a geração. Para o sistema de armazenamento que compreende ambas as etapas, o rendimento é elevado ao quadrado.

Portanto:

$$R_{B24} = \frac{R_{L24}}{(\eta_{ct})^2 \cdot \eta_R \cdot \eta_{ch} \cdot \eta_I} \quad (9.4)$$

ou

$$R_{B24} = \frac{R_{L24}}{(\eta_{ct})^2 \cdot \eta_t \cdot \eta_b \cdot \eta_{ch} \cdot \eta_I} \quad (9.5)$$

O valor de RB_{24} deve ser igualado à (5.27) para cálculo das dimensões do reservatório, com $H_e = H_a$. Assim

$$R_{B24} = W = \rho_a \cdot g \cdot H_a \cdot A \cdot \left(\frac{\rho_e}{\rho_a} \cdot L_e + H_a \right) \quad (9.6)$$

Tendo-se a área desejada para o reservatório A , e também g , ρ_a , L_e e ρ_e , pode-se calcular a altura H_a deste sistema por (9.6).

Determinação da potência da Bomba (P_b) e da Turbina (P_t)

Potência Líquida para Bombeamento (P_{LB})

Definição (Autor): É a máxima potência líquida excedente no sistema de geração em relação ao consumo das cargas, para que a bomba possa operar no pico do excedente de geração de energia, descontados os rendimentos do controlador e da própria bomba.

$$P_{LB} = \text{máx}(P_{GL} - P_{CC}) \quad (9.7)$$

para a situação em que

$$P_{GL} > P_{CC} \quad (9.8)$$

Potência da bomba (P_b)

Definição (Autor): É a potência elétrica da bomba, incluindo todos os rendimentos do controlador e da própria bomba para armazenar a energia líquida correspondente à diferença entre a geração e o consumo, vista pelo ramal que alimenta a carga antes do inversor.

Pela a figura 9-2, temos que:

$$P_b = \frac{P_{LB}}{\eta_{ct} \cdot \eta_b} \quad (9.9)$$

Potência líquida da turbina (P_{Lt})

Definição (Autor): É a potência vista pelo ponto de conexão com a linha que alimenta as cargas. Corresponde a potência que permite atender a 100% do pico de potência disponível faltante no sistema de geração em relação ao que demanda as cargas.

$$P_{Lt} = \text{máx}(P_{CC} - P_{GL}) \quad (9.10)$$

para a situação em que

$$P_{GL} < P_{CC} \quad (9.11)$$

Potência bruta da turbina (P_t)

Definição (Autor): É a potência elétrica nominal da turbina, incluídos os rendimentos entre o trabalho de geração da turbina e o ponto de conexão com a linha que alimenta as cargas incluindo desta vez o inversor.

Pela figura (30), temos que:

$$P_t = \frac{P_{Lt}}{\eta_t \cdot \eta_{ct} \cdot \eta_{ch} \cdot \eta_I} \quad (9.12)$$

Observação: Não obstante a máquina ser a mesma, é necessário o cálculo separado da potência da bomba e da turbina para se adotar o maior valor.

9.3 Detalhamento elétrico do sistema

O conjunto Controlador-Chopper segue modelo criado por Chabu (2015), especificamente adaptado para este trabalho.

O motor associado ao controlador, ajusta a velocidade na medida necessária ou estabelecida, mesmo com a tensão geral de alimentação constante (uma vez que os painéis solares tendem a manter a tensão e variar a corrente de acordo com a potência da radiação solar disponível). O torque

necessário, e portanto a potência mecânica produzida, será ditada pela exigência da bomba e irá exigir que o motor absorva uma determinada corrente da fonte (painel solar). Se o painel não disponibilizar essa corrente, o motor de fato não vai conseguir acionar a bomba. Mas isso deverá ser detectado por um sensor de vazão ou pressão, que inibe a operação do motor nessa situação, e só a permite quando a disponibilidade de corrente for suficiente.

A potência gerada pela turbina poderá ser controlada pelo chopper na saída do gerador. Se tiver energia acumulada suficiente, e a demanda da carga for menor que a disponível no gerador, o chopper ajusta a potência elétrica fornecida, o que acaba por influenciar a rotação imposta pela turbina. Se a velocidade máxima da turbina não for excessiva, mesmo sem carga, não há necessidade de se controlar a vazão, deixando o controle apenas por conta do chopper. Se a demanda de potência elétrica diminui, o chopper a ajusta, e a turbina responde subindo a rotação. Se a demanda de potência elétrica aumenta, o chopper a libera, e por consequência a velocidade da turbina diminui, ajustando-se a cada condição.

Para o acionamento do motor, é utilizado um conversor chaveado, parecido com um inversor, mas é comutado pela posição do rotor, de modo que sua característica torna-se idêntica à de um motor CC convencional excitado com ímãs permanentes. O motor brushless tem no estator um enrolamento trifásico similar ao de motor síncrono ou de indução, e no rotor possui ímãs permanentes. Desse modo, quando operado como gerador, funciona normalmente como alternador trifásico de ímãs permanentes gerando tensão de forma autônoma.

No seu conversor, cuja topologia do circuito de potência está nas figuras 9-3 e 9-4, a operação no modo motor é feita pelo comando adequado dos transistores, sendo que o circuito de controle não apenas promove o chaveamento na sequência adequada conforme a posição do rotor, mas também limita a corrente e permite que se estabeleça uma malha de controle da mesma, para ajuste de rotação, de torque e portanto da potência absorvida.

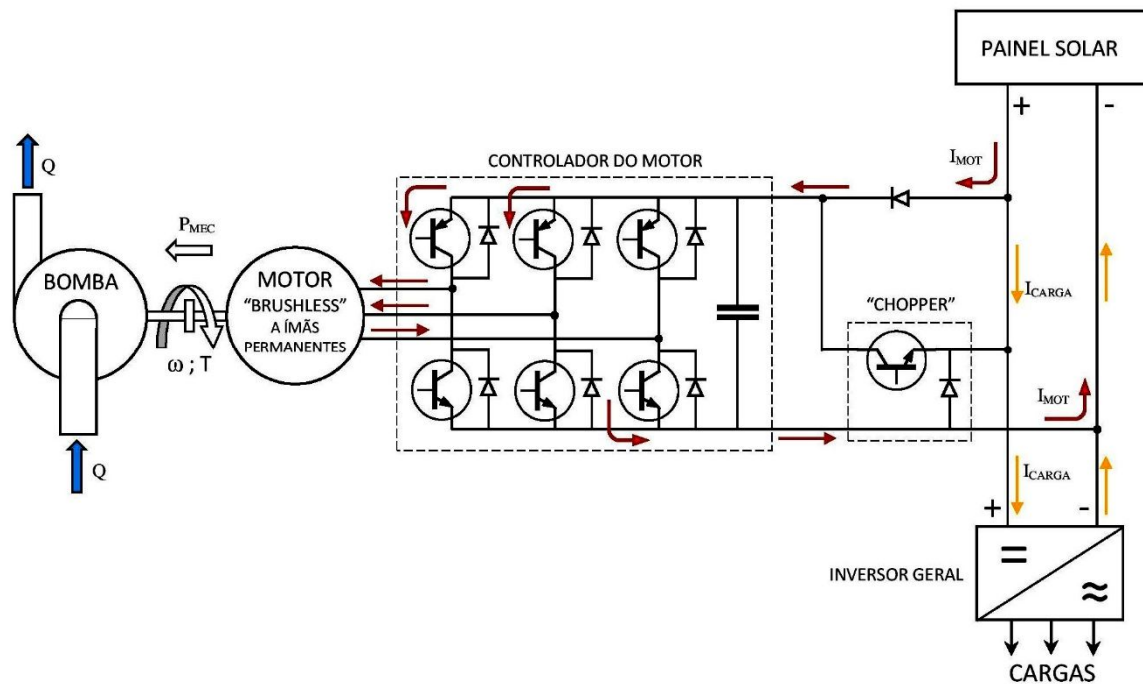


Figura 9-3: Diagrama de funcionamento elétrico do controlador para funcionamento como motor (Chabu, 2015).

Nesse conversor, existem diodos em anti-paralelo com os transistores, como é usual também em inversores, utilizados para permitir a circulação da potência reativa exigida pelo motor. Desse modo, quando formos utilizar essa máquina como gerador, acionando seu eixo pela turbina, como o rotor é excitado por ímãs permanentes, irá gerar tensões trifásicas que serão naturalmente retificadas pela ponte de diodos existente no conversor, que portanto fica com polaridade invariante com o sentido de rotação. Ao se inverter a rotação, inverte-se a sequência de fases da tensão trifásica gerada, mas como essa é retificada, nada muda no tocante à polaridade.

No entanto, como no modo gerador não há como controlar a tensão gerada pelo conversor do motor, precisa colocar um "chopper" para essa função, que irá adequar a tensão gerada à tensão disponível nos terminais do painel solar, podendo ainda fazer o controle da corrente drenada do gerador pelas cargas.

Nas figuras 9-3 e 9-4 é possível ver a topologia com o conversor (usado no modo motor), com o chopper (usado no modo gerador), e com um diodo na entrada do conversor para evitar a circulação de corrente, no modo gerador, direto para o barramento do painel solar, obrigando a corrente a circular através do chopper onde a mesma poderá ser controlada adequadamente. Nas figuras também está indicado o sentido das correntes, tanto no modo motor quanto no modo gerador, e

correspondem a um estado de condução particular das chaves. No modo motor, a corrente sempre circula da fonte através dos transistores superiores, passando pelos enrolamentos e retornando à fonte pelos transistores inferiores. Em cada momento, sempre conduz um transistor superior e um inferior se a operação for como motor "brushless". Se o conversor for operado como inversor tradicional, sempre conduzem dois transistores superiores e um inferior, e na sequencia comutam para condução de um transistor superior e o retorno por dois transistores inferiores. No modo gerador, se dá o mesmo, com a corrente circulando pelos diodos, enquanto os transistores ficam inibidos sem sinal de base (cortados).

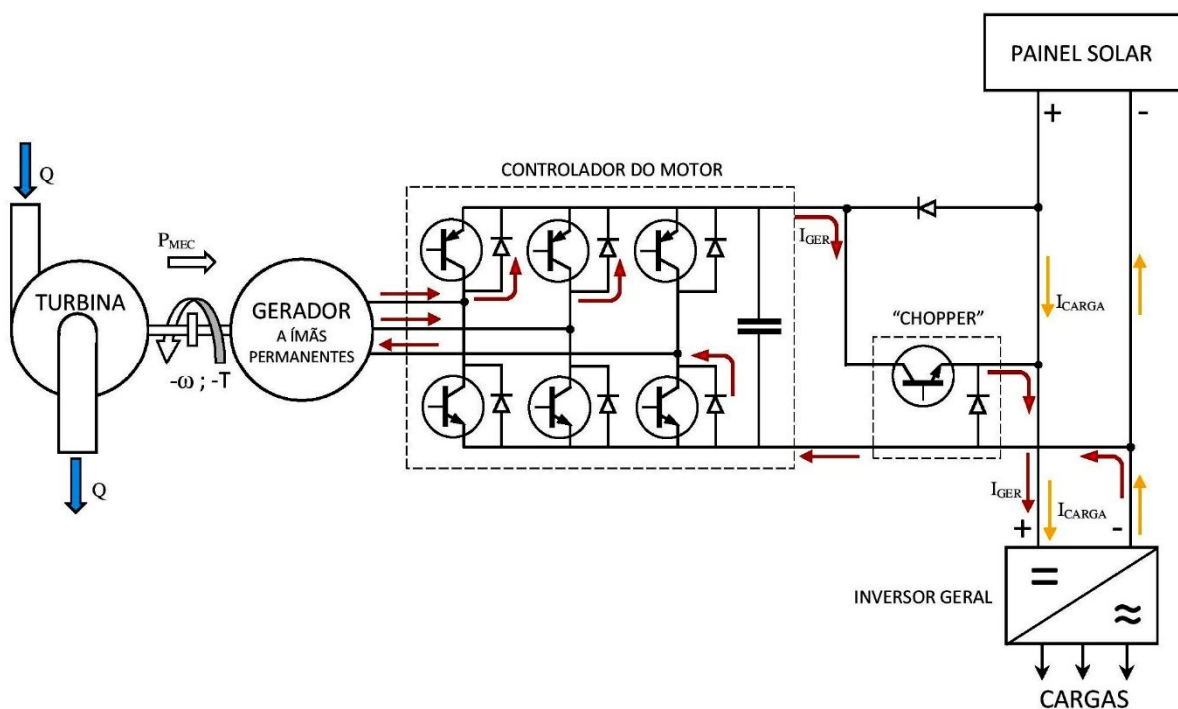


Figura 9-4: Diagrama de funcionamento elétrico do controlador e chopper para funcionamento como gerador (Chabu, 2015).

Quanto ao controle do sistema, e a divisão das correntes entre painel solar, gerador, e cargas, precisa de um controlador que monitore a corrente nas cargas, no painel solar e no motor / gerador. A filosofia do controle pode ser estabelecer um limite máximo de corrente drenada do painel solar, e compará-la com as outras correntes. Sempre que a corrente absorvida pelas cargas for menor que a do painel solar, a máquina elétrica pode operar no modo motor, absorvendo o excedente de corrente disponível no painel solar, até o seu limite, para bombear a água e armazenar energia. Caso não tenha radiação solar suficiente, o controlador do motor reduz a corrente do mesmo, fazendo com

que a corrente do painel solar fique no seu limite e as cargas continuem sendo supridas. Caso a radiação diminua muito, e as cargas continuem exigindo corrente, e tenha energia acumulada, o sistema passa a operar a máquina elétrica como gerador, controlando a corrente gerada pelo chopper para que supra as cargas adequadamente, suprimindo a diferença em relação à corrente fornecida pelo painel solar.

O controle não é muito simples, considerando que há também necessidade de comandar as válvulas do sistema hidráulico. É necessária a programação de um microcontrolador ou um CLP com as funções de controle de válvulas, nível e pressão de água no reservatório, tensão no painel solar (como indicativo da quantidade de radiação solar), estabelecer os limites de corrente de cada elemento, e gerar um algoritmo que faça todo o controle do sistema. Devido à complexidade desse tema fica para um desenvolvimento ulterior.

9.4 Considerações de custo

Conforme já abordado na seção “objetivos”, não é escopo deste trabalho o levantamento de custos de implantação e operação, nem a viabilidade financeira do sistema. No entanto cabe destacar que o êmbolo pode ter um custo bastante elevado em função da quantidade de chumbo a ser empregado. Nesse sentido, os projetos que considerarem este sistema de armazenamento de energia, uma vez que estão relacionados com comunidades e têm relevância social a sua implantação, podem investigar a possibilidade de receber subsídios públicos e mesmo doações de chumbo retirado de aplicações que não mais permitem seu uso, ficando a instalação mais econômica e a operação um pouco mais barata que os PHES convencionais, por um cálculo rápido.

10 DIMENSIONAMENTO DE UM SISTEMA DE ARMAZENAMENTO PRESSURIZADO COM FLUXO ENTRE DOIS TANQUES PARA UMA COMUNIDADE DE 100 PESSOAS COM GERAÇÃO EXCLUSIVAMENTE FOTOVOLTAICA

Vamos agora, fazer uma aplicação do método apresentado para dimensionar um sistema de armazenamento para 24 horas para um exemplo hipotético de um conjunto de 20 famílias, formando 100 pessoas, de uma comunidade rural do Nordeste Brasileiro, isolada da rede elétrica de distribuição, cujo perfil diário médio de potência é dado a partir tabela 3.

De acordo com a publicação “Resenha do Mercado de Energia Elétrica”, edição de Novembro de 2014, o consumo médio de energia elétrica por residência para o Nordeste é de 120 kWh/mês incluídos o aquecimento de água para o banho. Vamos considerar o valor de 100 kWh/mês por residência excluindo-se o aquecimento dos banhos e supondo que esse aquecimento possa ser feito com painéis solares de aquecimento de água. Supondo ainda uma média de 5 pessoas por residência, teremos um consumo mensal de 2000 kWh/mês. A tabela 10-1 traz um resumo entre a energia diária consumida pelas cargas e a geração de energia diária fotovoltaica de mesmo valor das cargas, além da módulo da diferença entre a energia consumida e gerada por hora que leva ao cálculo da Capacidade de Armazenamento Líquida (R_{L24}) e das Potências Líquidas da Turbina (P_{Lt}) e da Bomba (P_{Lb}).

Tabela 10-1: Dados para o cálculo da Capacidade Líquida de Armazenamento e Potências Líquidas da Turbina e da Bomba (próprio autor).

hora	Consumo (kW)	Geração (kW)	PGL-PCC *1h (kWh)	PLt (kW)	PLb (kW)	Ed (kW)
0	1.50	0.00	1.50			0.00
1	1.20	0.00	1.20			0.00
2	1.00	0.00	1.00			0.00
3	1.00	0.00	1.00			0.00
4	1.20	0.00	1.20			0.00
5	1.70	0.10	1.60			0.10
6	2.50	0.50	2.00			0.50
7	2.90	1.50	1.40			1.50
8	2.80	3.17	0.37			2.80
9	2.60	5.07	2.47			2.60
10	2.50	6.80	4.30			2.50
11	2.60	8.03	5.43			2.60
12	3.00	8.70	5.70			3.00
13	3.70	8.77	5.07		8.77	3.70
14	4.60	8.10	3.50			4.60
15	5.40	6.77	1.37			5.40
16	5.80	4.83	0.97	5.80		4.83
17	5.50	2.83	2.67			2.83
18	4.40	1.17	3.23			1.17
19	3.30	0.33	2.97			0.33
20	2.47	0.00	2.47			0.00
21	1.90	0.00	1.90			0.00
22	1.60	0.00	1.60			0.00
23	1.50	0.00	1.50			0.00
kWh/DIA	66.67	66.67	56.40			38.47
kWh/Mês	2000	2000				

Esse quadro é ilustrado pela figura 10-1.

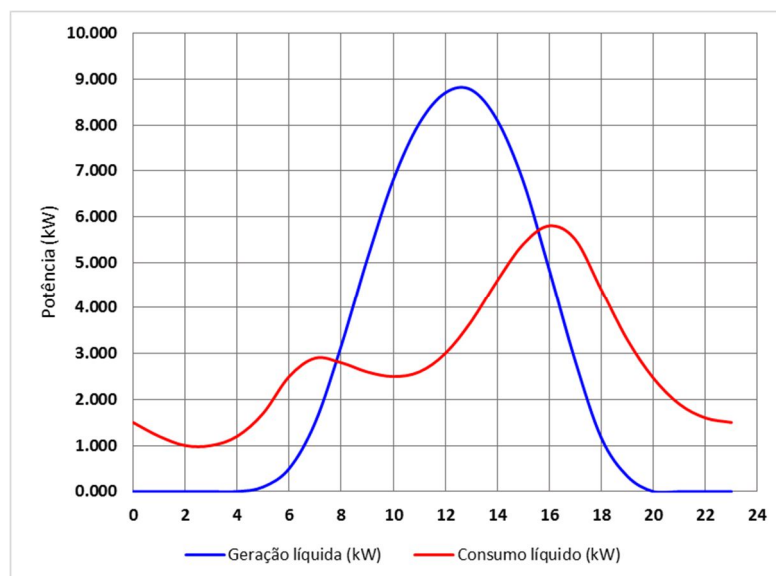


Figura 10-1: Perfis diários de Geração Solar e Consumo de Potência (próprio autor).

A Capacidade de Armazenamento Líquido, conforme (9.3) será:

$$R_{L24} = \frac{1}{2} \cdot 56,4 \frac{kWh}{dia} \cdot (1dia) = 28,2 kWh = 101.520.000 J \quad (10.1)$$

Armazenamento Bruto

Considerando os seguintes dados:

$$\rho_a = 1.000 \text{ kg/m}^3;$$

$$\rho_E = 10.672 \text{ kg/m}^3 \text{ (20\% aço e 80\% chumbo);}$$

$$\eta_{PS} = \text{rendimento dos painéis solares} \cong 0.15;$$

$$\eta_{ct} = \text{rendimento do controlador} \cong 0.98;$$

$$\eta_b = \text{rendimento da bomba} = 0,85$$

$$\eta_t = \text{rendimento da turbina} = 0,80$$

$$\eta_R = \text{rendimento do sistema de reservação} = \eta_t \cdot \eta_b = 0,68 ;$$

$$\eta_{ch} = \text{rendimento do chopper} \cong 0.98;$$

$$\eta_I = \text{rendimento do inversor geral} \cong 0.95;$$

temos, aplicando (9.5), ao Armazenamento Bruto:

$$R_{B24} = \frac{R_{L24}}{(\eta_{ct})^2 \cdot \eta_R \cdot \eta_{ch} \cdot \eta_I} = \frac{101.520.000}{(0,98)^2 \cdot 0,68 \cdot 0,98 \cdot 0,95} = 166.970.929,2 J \quad (10.2)$$

Considerando:

$$A = 30 \text{ m}^2 \text{ (D=6,18m)}$$

$$L_e = 2 \text{ m}$$

Em (9.6), temos:

$$R_{B24} = 166.970.929,2 = 1000 \cdot 9,81 \cdot H_a \cdot 30 \cdot (10,672 \cdot 2 + H_a) \quad (10.3)$$

então:

$$H_a = 15,4 \text{ m} \quad (10.4)$$

A altura total do reservatório deverá somar a altura do êmbolo interno de 2m, portanto 17,4m.

Potências da Turbina e da Bomba

A potência líquida da turbina será:

$$P_{Lt} = 5,8 \text{ kW} \quad (10.5)$$

Portanto a potência da turbina será:

$$P_t = \frac{P_{Lt}}{\eta_t \cdot \eta_{ct} \cdot \eta_{ch} \cdot \eta_l} = \frac{5,8}{0,80 \cdot 0,98 \cdot 0,98 \cdot 0,95} \quad (10.6)$$

$$P_t \cong 7,9 \text{ kW} \quad (10.7)$$

e a potência líquida de bombeamento será:

$$P_{LB} = 8,77 \text{ kW} \quad (10.8)$$

Assim, a potência da bomba será:

$$P_b = \frac{P_{LB}}{\eta_{ct} \cdot \eta_b} = \frac{8,77}{0,98 \cdot 0,85} \quad (10.9)$$

e

$$P_b \cong 10,5 \text{ kW} \quad (10.10)$$

Como os valores obtidos são diferentes adota-se o maior valor (10,5 kW) já que máquina é a mesma.

Dimensionamento dos Painéis fotovoltaicos

Considerando:

- Radiação solar diária média anual do nordeste no plano inclinado⁸ de 5,5 kWh/(m².dia);
- Geração líquida de 66,67 kWh/dia;
- Eficiência dos painéis de 0,15;
- Armazenamento líquido de 28,2 kWh/h;

temos que:

O ramal que alimenta o sistema de armazenamento deve fornecer:

$$E_R = R_{B24} = \frac{R_{L24}}{(\eta_{ct})^2 \cdot \eta_R \cdot \eta_{ch} \cdot \eta_I} = \frac{28,2 \frac{kWh}{dia}}{(0,98)^2 \cdot 0,68 \cdot 0,98 \cdot 0,95} = 46,38 \frac{kWh}{dia} \quad (10.11)$$

O ramal que alimenta diretamente as cargas abastece energia da seguinte maneira:

- Se a quantidade de energia líquida consumida for maior que a gerada num certo período, esta será toda encaminhada para as cargas (além de uma porção da armazenagem);
- Se a quantidade de energia líquida consumida for menor que a gerada num certo período, a parte que for consumida será então encaminhada diretamente para as cargas (e o restante irá para a armazenagem);

Na prática, a quantidade de energia líquida diretamente consumida será a total diária menos a quantidade líquida que for armazenada.

então:

$$E_C = \frac{66,67 \text{ kWh} - 28,2 \frac{kWh}{dia}}{\eta_I} = \frac{30,28 \frac{kWh}{dia}}{0,95} = 38,47 \frac{kWh}{dia} \quad (10.12)$$

Assim, a energia líquida diária fornecida pelos painéis será:

⁸ Atlas Solarimétrico, 2000 – Cresesb (29)

$$E_T = E_C + E_R = 46,38 + 38,47 = 84,85 \frac{kWh}{dia} \quad (10.13)$$

A energia radiante do sol que os painéis devem receber será de:

$$E_{Sol} = \frac{84,85 \frac{kWh}{dia}}{0,15} = 565,67 \frac{kWh}{dia} \quad (10.14)$$

assim, será necessário a seguinte área de painéis fotovoltaicos:

$$A_{painéis} = \frac{565,67 \frac{kWh}{dia}}{5,5 \frac{kWh}{m^2 \cdot dia}} \quad (10.15)$$

$$A_{painéis} \cong 102,8 m^2 \quad (10.16)$$

ou uma área efetiva de painéis de aproximadamente 11 x 10 m.

11 SIMULAÇÃO DA DINÂMICA DO SISTEMA DE ARMAZENAMENTO BRUTO EM MALHA ABERTA

A equação diferencial que define a dinâmica do sistema em malha aberta para a armazenamento de fluxo entre dois tanques é dada por (11.1) que é extraída de (5.23).

$$\frac{dW}{dt} = A \cdot (\rho_e \cdot L_e \cdot g + 2 \cdot \rho_a \cdot H \cdot g + \rho_a \cdot H_e \cdot g - \rho_a \cdot H_a \cdot g) \cdot \frac{dH}{dt} \quad (11.1)$$

Considerando $H_e = H_a$, $H = h$, chamando a potência bruta de N que incorpora a adição de rendimentos para refletir na potência necessária dos painéis para cobrir as perdas de eficiência nos várias estágios do sistema, e fazendo também as seguintes substituições:

$$(\rho_a \cdot g \cdot A) = a \quad (11.2)$$

e

$$(\rho_e \cdot L_e \cdot g \cdot A) = b \quad (11.3)$$

temos:

$$\dot{h} = \frac{N}{2 \cdot a \cdot h + b} \quad (11.4)$$

Que pode ser representado pelo sistema dinâmico não-linear pela figura 11-1.

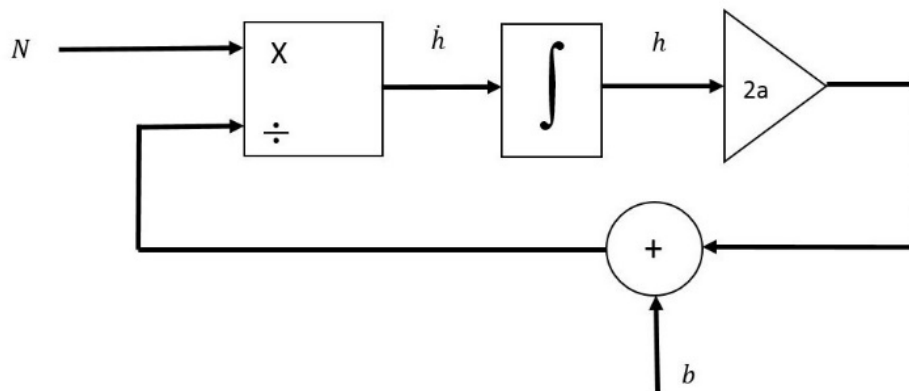


Figura 11-1: Sistema dinâmico do sistema de armazenamento (próprio autor).

O sistema de (11.4) pode ser discretizado por:

$$\dot{h} = \frac{N}{2 \cdot a \cdot h + b} \cong \frac{h - h_0}{\Delta t} \quad (11.5)$$

que resulta em:

$$(2 \cdot a) \cdot h^2 + (b - 2 \cdot a \cdot h_0) \cdot h - (b \cdot h_0 + \Delta t \cdot N) = 0 \quad (11.6)$$

que finalmente dá:

$$h = \frac{-(b - 2 \cdot a \cdot h_0) \pm \sqrt{b^2 + 4 \cdot a \cdot [h_0 \cdot (b + a \cdot h_0)] + 2 \cdot \Delta t \cdot N}}{4 \cdot a} \quad (11.7)$$

Tomando o armazenamento máximo inicial de (10.4) $h_0 = 15,4 \text{ m}$ calculado incorporando os rendimentos do sistema todo e fazendo a simulação com Δt ajustado de hora a hora para minuto a minuto, aplicando a equação (11.7), temos o resultado feito em excel® na figura 11-2.



Figura 11-2: Simulação em Excel para a altura de água pressurizada no reservatório superior partindo de $h_0=15,4\text{m}$ (próprio autor).

Esse resultado confere com os cálculos teóricos pois a água chega praticamente a zero antes de voltar a elevar-se com o aumento da energia disponível.

O mesmo resultado pode ser simulado usando-se o Simulink®, conforme modelo da figura 11-3.

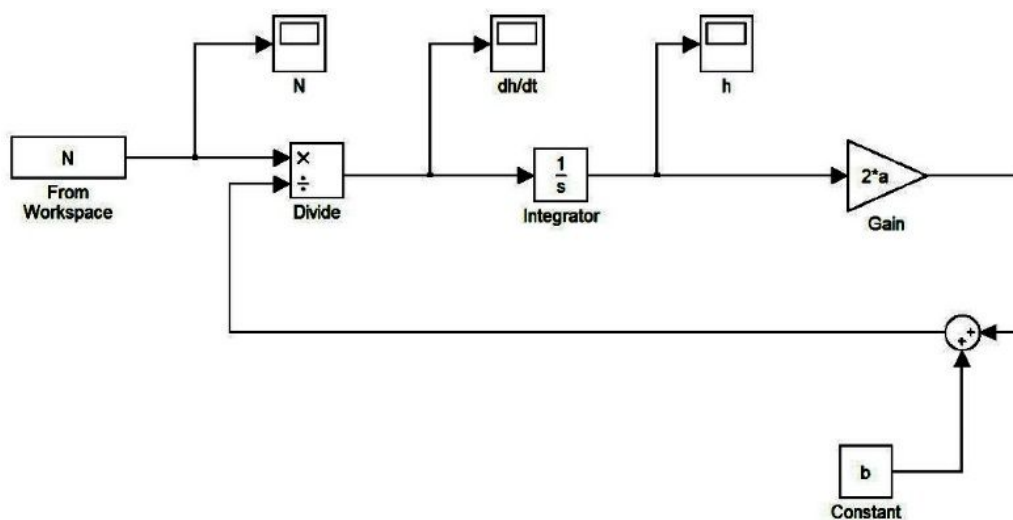


Figura 11-3: Sistema em malha aberta simulado no Simulink®.

E na figura 11-4 o correspondente resultado simulado no Simulink® (Altura h x tempo até 86400s).

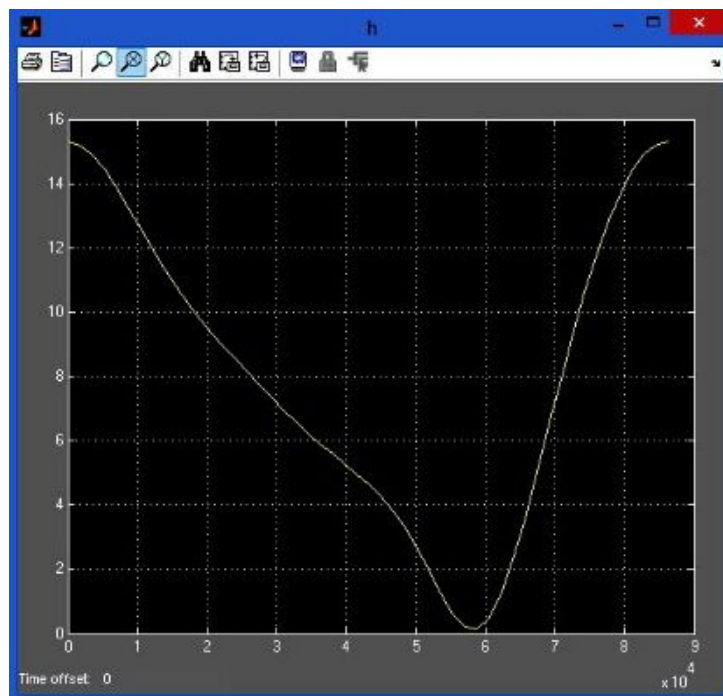


Figura 11-4: Simulação da altura de água pressurizada no reservatório superior usando o Simulink®.

12 CONCLUSÃO

O presente trabalho propôs uma nova forma de armazenamento de energia mecânica em reservatórios de água pressurizados destinado a comunidades isoladas da rede elétrica. Esse sistema permite armazenar energia em taques pressurizados no solo e é aplicável a regiões planas, situação muito comum no Norte, Nordeste e Centro-Oeste Brasileiros.

Foi determinada no início do texto a quantidade de energia existente em reservatórios de água sem pressurização e com pressurização, exibindo suas diferenças, e a equivalência entre o armazenamento pressurizado no solo e o armazenamento elevado (PHES), demonstrando que o presente método de armazenamento é equivalente em termos energéticos ao PHES, que necessita relevos com grande desnível para formação de lagos elevados.

Foi também proposto dois sistemas de armazenamento pressurizado: O de Fluxo entre dois tanques e sua densidade de energia no armazenamento pressurizado, e o de fluxo intra-tanque onde o primeiro demonstrou ter maior capacidade de armazenamento de energia.

Foi também proposto um método de dimensionamento para o armazenamento através do conhecimento do perfil médio de potência das cargas e das fontes renováveis, igualando a quantidade de energia de ambas e computando-se a metade da integral do módulo da diferença entre a potência consumida e a gerada, por um período de autonomia de 24 horas, 48 ou outros múltiplos de 24 horas para a determinação da capacidade do armazenamento.

Foi apresentada também a topologia elétrica da alimentação da bomba / turbina e chopper para alimentação do inversor geral e foi feita a simulação do sistema dinâmico em malha aberta.

Por fim foi simulada a aplicação do método de fluxo entre dois tanques para uma comunidade hipotética do Nordeste de 100 pessoas, onde, para uma necessidade de 67 kWh/dia, considerando apenas a geração solar fotovoltaica, e considerando um êmbolo de 30m² e espessura de 2m com 20% de aço inox e 80% de chumbo, foi determinada a altura de 15,4m de coluna de água para 24 horas de autonomia do sistema de armazenamento.

Como campo de pesquisa complementar, ficam o detalhamento de um sistema de controle global e a análise de viabilidade econômica frente a outros métodos de armazenamento.

Espera-se que este método possa contribuir na ampliação do uso de fontes renováveis de energia, particularmente àquelas comunidades isoladas da rede elétrica brasileira localizadas em regiões planas, e que possa permitir a aplicação mais célere dessas tecnologias, gerando progresso e bem-estar a tais comunidades.

REFERÊNCIAS

3RD AUSTRALIAN ENGINEERING HERITAGE CONFERENCE, 2009, Australia. **Remnants of Early Hydraulic Power Systems**. Australia, 2009.

3rd INTERNATIONAL CONFERENCE ON RENEWABLE ENERGY RESEARCH AND APPLICATIONS, ICRERA, 2014, Milwaukee, EUA. Techniques for hydraulic wind power systems. Milwaukee, EUA: Icrera, 2014.

8TH INTERNATIONAL RENEWABLE ENERGY STORAGE CONFERENCE AND EXHIBITION, IRES, 2013, Berlin, Alemanha. **An Evaluation of seawater pumped hydro storage for regulating the exporting of renewable energy to national grid**. Berlin, Alemanha: Energy Procedia, Elsevier, 2013.

8TH INTERNATIONAL RENEWABLE ENERGY STORAGE CONFERENCE AND EXHIBITION, IRES, 2013, Berlin, Alemanha. Heindel, E.. **Hydraulic Hydro Storage system for self-sufficient cities**. Berlin, Alemanha: Energy Procedia, Elsevier, 2013.

ANDRADE, L. S. **Armazenamento de energia em ar comprimido**. 2014. Monografia de conclusão de curso – Escola Politécnica – Universidade de São Paulo, São Paulo, 2014.

BARNES, Frank S., LEVINE, Jonah G., Large Energy Storage Systems Handbook, 1a. Ed., EUA: Editora CRC Press.

BIANCHI, M. et al. Managing Wind variability with Pumped Hydro storage and gas turbines. In: ATI 2013 – CONFERENCE OF THE ITALIAN THERMAL MACHINES ENGINEERING ASSOCIATION. 68th, 2013, Italia. **Energy Procedia**. Italia: 2014. Páginas 22 a 31.

ÇENGEL, Y., CIMBALA, J. Mecânica dos Flúidos – Fundamentos e Aplicações. 3ª edição. Porto Alegre – Brasil: AGMH Editora, 2015. p. 194-195.

CHABU, I. Notas sobre aplicação de controlador de motor CC brushless para Sistema de armazenagem hidroelétrica. Faculdade de Engenharia Elétrica, Escola Politécnica, USP – Universidade de São Paulo, 2015.

CHIGUERO, T. et al. Atlas Solarimétrico do Brasil. Recife – Ed. Universitária da UFPE, 2000.

COBURN, Alice, et al. Combining wind and pumped hydro energy storage for renewable energy generation in Ireland. **Journal of Wind Energy**. V.2014, n.ID 4158898, 2014.

DESTER, Mauricio; ANDRADE, Moacyr Trindade de O.; BAJAY, Sérgio Valdir. A integração das fontes renováveis na matriz de energia elétrica brasileira e o papel da hidroeletricidade como elemento facilitador de política energética e planejamento. **Revista Brasileira de Energia**, Vol. 19, No 1, 1º Sem. 2013, pp. 127-168.

ENERGY STORAGE. Alaska, 2012. Disponível em <<http://energy-alaska.wikidot.com/energy-storage>>. Acesso em: 05/08/2015.

ENERGY, Canada. Landfill Mitigation Solutions. Disponível em: <<http://www.landfillmitigation.com/how-it-works/energy/>>. Acesso em: 05.08.2015.

FARRET, Felix A., SIMÕES, M. Godoy. Integration of Alternative Sources of Energy. 1ª. Edição. New Jersey – USA: John Wiley & Sons, 2006. p. 262-300.

GLASNOVIC, Z. et al. Artificial Water Inflow Created by Solar Energy for Continuous Green Energy Production. **Water Resour Manage**. v. 2013, n. 27, p. 1303-2323, 2013.

GREEN LIGHT FOR WELSH HYDROELECTRIC POWER STATION. Financial Times, Inglaterra, 2013. Disponível em < <http://www.ft.com/cms/s/0/E210981A-1641-11E3-A57D-00144FEABDC0.HTML#AXZZ3HYT0GDJV>>. Acesso em 05/08/2015.

GUERREIRO, A. et al. **Resenha Mensal do Mercado de Energia Elétrica**. Empresa de Pesquisa Energética. Ano VIII, n.87, Novembro de 2014.

HASSENZAHN, W.V. Energy and Energy Conversion. In: HASSENZAHN, W. V. Mechanical, Thermal and Chemical Storage of Energy. EUA: Hutchinson Ross Publishing Company, 1981. Introdução, p. 22.

HYDRAULIC ACCUMULATOR. 2015. Disponível em: < https://en.wikipedia.org/wiki/Hydraulic_accumulator>. Acesso em: 06/08/2015.

INTEGRATING RENEWABLE ENERGY WITH BATTERY STORAGE. WHY? EUA. Disponível em: < <https://share.pnmresources.com/Public/Pages/WHY.aspx>>. Acesso em: 05/08/2015.

LATHA, P.G. et al. Commercial impact and optimum capacity determination of pumped hydro plant for a practical power system. **International Journal of Emerging Electric Power Systems**. v.14, n.3, p.245-254, 2013.

MOLINA, Marcelo Gustavo. Dynamic Modelling and Control Design of Advanced Energy Storage for Power System Applications. In: BRITO, Alisson V. Dynamic Modelling.. Croacia: InTech, 2010. Capítulo 4, p. 49-52.

OBERHOFER, Andreas; MEISEN, Peter. Energy Storage Technologies & Their Role in Renewable Integration. **Geni – Global Energy Network Institute**. Disponível em <www.geni.org>. Acesso em 09/08/2015.

ORTEGO, e. et al. Modeling of Hydro-Pneumatic Energy Storage Using Pump Turbines. In: 17th INTERNATIONAL SEMINAR ON HYDROPOWER PLANTS, 17th, 2012,

Austria. HAL Archives-Ouvertes (HAL Id: hal-00802251). França: HAL, 2013. Páginas 117-128.

SAN MARTIN, J. I. et al. ENERGY STORAGE TECHNOLOGIES FOR ELECTRIC APPLICATIONS. In: International Conference on Renewable Energies and Power Quality (ICREPQ11), Las Palmas de Gran Canaria (Spain), 13th to 15th April, 2011.

SLAM, S.M.. Increasing wind energy penetration level using pumped hidro storage in island. Micro-grid system. **International Journal of Energy and Environmental Engineering**. V.3, n.9, 2012.

SUPERCONDUCTING MAGNETIC ENERGY STORAGE (SMES). Birmingham, 2014. Energy Storage Sense – Barbour, Edward PDh. Disponível em: <<http://energystoragesense.com/superconducting-magnetic-energy-storage-smes/>>. Acesso em: 05.08.2015.

TER-GAZARIAN, A. G.. Energy Storage for Power Systems. 2^a. Edição. Londres – Inglaterra: The Institution of Engineering and Technology, 2011. P. 181-182.

THE NEXT BREAKTHROUGH IN GRID CAPACITY. USA, 2014. Disponível em: <<http://cleantechnica.com/2014/11/21/next-breakthrough-grid-capacity/>>. Acesso em: 05/08/2015.

THE PROMISE OF ENERGY STORAGE, EUA. The Berkeley Blog. Disponível em: <<http://www.nomedosite.com.br>>. Acesso em: 05/08/2015. Disponível em: <<http://blogs.berkeley.edu/2015/02/10/the-promise-of-energy-storage/>>. Acesso em: 05/08/2015.

YAO, Erren, et at. A novel constant-pressure pumped hidro combined with compressed air energy storage system. **Energies**. V.2015, n.en8010154, 2015.

APÊNDICE 1 -

VERIFICAÇÃO DA QUANTIDADE DE ENERGIA ARMAZENADA NUMA QUANTIDADE DE ÁGUA CONTIDA EM UM RESERVATÓRIO À PARTIR DA TRADICIONAL FÓRMULA DE POTÊNCIA DE RESERVATÓRIOS HIDROELÉTRICOS

Vamos considerar um reservatório de água conforme figura abaixo:

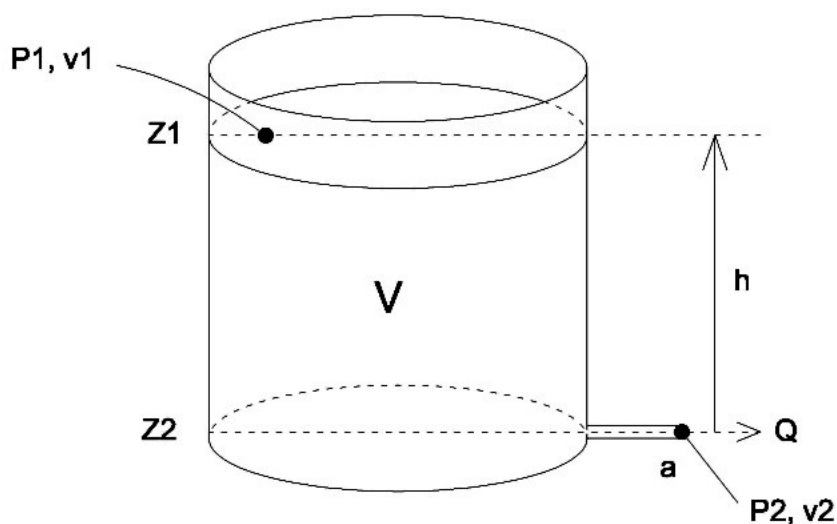


Fig. A1-1: Reservatório contendo água e os parâmetros de velocidades, pressões e cotas (próprio autor).

onde:

P_1, v_1 e Z_1 são respectivamente a Pressão, velocidade e cota do nível 1 em relação ao nível 2;

P_2, v_2 e Z_2 são respectivamente a Pressão, velocidade e cota do nível 2 – tubo de saída do tanque (nível de referência).

Vamos determinar a energia contida no reservatório, medida à partir da vazão natural na seção transversal a e vazão $Q(t)$. Aplicando a equação de Bernoulli, temos:

$$\frac{v_1^2}{2 \cdot g} + \frac{P_1}{\gamma} + Z_1 = \frac{v_2^2}{2 \cdot g} + \frac{P_2}{\gamma} + Z_2 \quad (A1.1)$$

onde:

γ = Peso específico da água (9,81 N/m³)

P1, v1 = 0

V2, Z2 = 0

Então:

$$v_2 = \sqrt{2 \cdot g \cdot h} \quad (A1.2)$$

Seja a tradicional fórmula para o cálculo de potência em reservatórios hidroelétricos⁹:

$$N = \rho \cdot g \cdot \eta \cdot Q \cdot H \quad (A1.3)$$

A Energia é a integral da Potência no tempo:

$$E(t) = \int N(t) \cdot dt \quad (A1.4)$$

Seja:

$$V = A \cdot h \quad (A1.5)$$

Então:

$$dV = A \cdot dh \quad (A1.6)$$

⁹ Farret e Simões, 2006 (12)

Dividindo ambos os lados por dt , temos:

$$\frac{dV}{dt} = A \cdot \frac{dh}{dt} \quad (A1.7)$$

Mas:

$$\frac{dV}{dt} = Q \quad (A1.8)$$

Assim:

$$Q = A \cdot \frac{dh}{dt} \quad (A1.9)$$

Mas:

$$Q = a \cdot v_2 \quad (A1.10)$$

onde:

a = seção transversal do tubo de saída.

Assim:

$$Q = a \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h} \quad (A1.11)$$

igualando A1-09 e A1-11, temos:

Assim:

$$a \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h} = A \cdot \frac{dh}{dt} \quad (A1.12)$$

Rearrajando, temos:

$$dt = \frac{A}{a} \cdot \frac{dh}{\sqrt{2 \cdot g \cdot h}} \quad (A1.13)$$

Substituindo A1-03 em A1-04, temos:

$$E = \int \rho \cdot g \cdot \eta \cdot Q \cdot H \cdot dt \quad (A1.14)$$

E aplicando A1-11 e A1-13 em A1-14, temos:

$$E = \int_H^0 \rho \cdot g \cdot \eta \cdot (a \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h}) \cdot h \cdot \left(\frac{A}{a} \cdot \frac{dh}{\sqrt{2 \cdot g \cdot h}} \right) \quad (A1.15)$$

Simplificando

$$E = \rho \cdot g \cdot \eta \cdot A \cdot \int_H^0 h \cdot dh \quad (A1.16)$$

Finalmente:

$$E = \rho \cdot g \cdot \eta \cdot A \cdot \frac{H^2}{2} \quad (A1.17)$$

Considerando que

$$m = \rho \cdot V \quad (A1.18)$$

e

$$V = A \cdot H \quad (A1.19)$$

Temos:

$$E = m \cdot g \cdot \eta \cdot \frac{H}{2} \quad (A1.20)$$

As unidades seguem o SI. Considerando a identidade:

$$\left(\frac{1 \cdot J/Kg}{1 \cdot m^2/s^2} \right) = 1 \quad (A1.21)$$

Temos:

$$[E] = [m] \cdot [g] \cdot [\eta] \cdot \left[\frac{H}{2} \right] = Kg \cdot \frac{m}{s^2} \cdot 1 \cdot m \cdot \left(\frac{1 \cdot J/Kg}{1 \cdot m^2/s^2} \right) = J \quad (A1.22)$$

APÊNDICE 2 –

VERIFICAÇÃO DA PROPRIEDADE ADITIVA DA ENERGIA POTENCIAL DE UM SISTEMA DE PARTÍCULAS

A Energia Potencial total correspondente ao sistema composto dos reservatórios superior, êmbolo e inferior de água é aditiva:

$$E_{pT} = E_{p1} + E_{pE} + E_{p2} \quad (A2.1)$$

onde

E_{p1} , E_{pE} , E_{p2} = Energias potenciais de cada massa do sistema da figura 21.

Seja a definição de Energia potencial de um sistema de partículas:

$$E_{pT} = m_T \cdot g \cdot h_{CM} \quad (A2.2)$$

Onde:

E_{pT} = Energia potencial total do sistema em relação à uma referência;

m_T = Massa total do sistema;

h_{CM} = Altura do centro de massa em relação a mesma referência;

A altura do centro de massa é uma média aritmética das alturas ponderadas pelas massas das partículas:

$$h_{CM} = \frac{m_1 \cdot h_1 + m_2 \cdot h_2 + m_3 \cdot h_3}{m_1 + m_2 + m_3} \quad (A2.3)$$

Onde:

m_1 , m_2 , m_3 = Massas componentes do sistema.

Assim:

$$E_{pT} = m_T \cdot g \cdot \left(\frac{m_1 \cdot h_1}{m_T} + \frac{m_2 \cdot h_2}{m_T} + \frac{m_3 \cdot h_3}{m_T} \right) \quad (A2.4)$$

E

$$E_{pT} = m_1 \cdot g \cdot h_1 + m_2 \cdot g \cdot h_2 + m_3 \cdot g \cdot h_3 \quad (A2.5)$$

Portanto:

$$E_{pT} = E_{p1} + E_{p2} + E_{p3} \quad (A2.6)$$

Portanto a Energia Potencial para um sistema de partículas é a soma da Energia Potencial de cada partícula em relação à mesma referência.

APÊNDICE 3 –

VERIFICAÇÃO DA ENERGIA ARMazenADA EM RESERVATÓRIOS DE ÁGUA PRESSURIZADOS

Este apêndice visa comprovar o resultado de (4.62) computado a partir da Energia Potencial. Vamos computar agora a energia contida num reservatório pressurizado a partir do trabalho de uma turbina ou bomba. Seja o modelo ilustrado na figura A3-1.

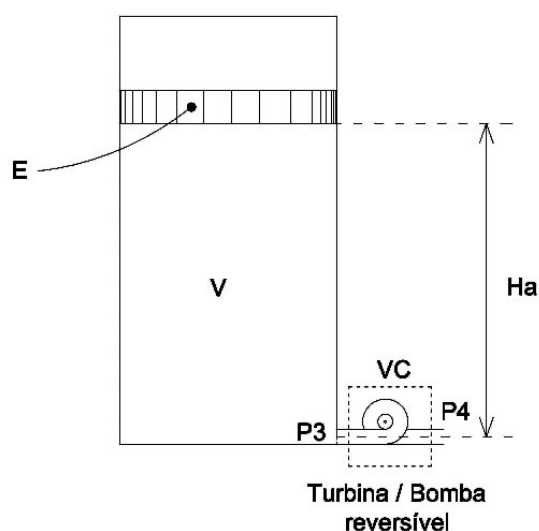


Fig. A3-1: Reservatório pressurizado com bomba / turbina reversível com saída livre para a atmosfera (próprio autor).

A configuração da figura A3-1 define a saída livre da água pela turbina para a atmosfera. Então $P_4=0$.

A pressão P_3 será dada por:

$$P_3 = \frac{m_e \cdot g}{A} + \frac{m_a \cdot g}{A} \quad (A3.1)$$

Onde:

m_e = massa do êmbolo

m_a = massa de água

Então:

$$P_3 = \frac{\rho_e \cdot V_e \cdot g}{A} + \frac{\rho_a \cdot V_a \cdot g}{A} \quad (A3.2)$$

Onde:

$V_e = \text{volume do êmbolo}$

$V_a = \text{volume de água}$

Assim:

$$P_3 = \frac{\rho_e \cdot L_e \cdot A \cdot g}{A} + \frac{\rho_a \cdot H_a \cdot A \cdot g}{A} \quad (A3.3)$$

Portanto:

$$P_3 = \rho_e \cdot L_e \cdot g + \rho_a \cdot H_a \cdot g \quad (A3.4)$$

A energia mecânica de um escoamento por ser expressa por unidade de massa por:

$$e_{mec} = \frac{P}{\rho} + \frac{v^2}{2} + g \cdot z \quad (A3.5)$$

$$\Delta e_{mec} = \frac{P_3 - P_4}{\rho} + \frac{v_3^2 - v_4^2}{2} + g \cdot (z_3 - z_4) \quad (A3.6)$$

Aplicando para a situação ilustrada pela figura A3-1, temos que $z_3=z_4$ e $v_3=v_4$:

$$\Delta e_{mec} = \frac{P_3 - P_4}{\rho_a} = \frac{P_3}{\rho_a} \quad (A3.7)$$

Segundo Çengel (2015), a potência de uma turbina ou bomba é dada por:

$$\dot{W} = \dot{m}_a \cdot \Delta e_{mec} \quad (A3.8)$$

Como

$$m_a = \rho_a \cdot V_a \quad (A3.9)$$

Então

$$\dot{m}_a = \frac{dm_a}{dt} = \rho_a \cdot \frac{dV_a}{dt} = \rho_a \cdot A \cdot \frac{dH_a}{dt} \quad (A3.10)$$

Aplicando (A3.7) e (A3.10) em (A3.8), temos:

$$\dot{W} = \rho_a \cdot A \cdot \frac{P_3}{\rho_a} \cdot \frac{dH_a}{dt} \quad (A3.11)$$

Considerando que:

$$W = \int \dot{W} \cdot dt \quad (A3.12)$$

Substituindo A3-4 e A3-11 em A3-12, temos:

$$W = \int A \cdot (\rho_e \cdot L_e \cdot g + \rho_a \cdot H_a \cdot g) \cdot \frac{dH_a}{dt} \cdot dt \quad (A3.13)$$

Então:

$$W = A \cdot \rho_e \cdot L_e \cdot g \cdot \int dH_a + A \cdot \rho_a \cdot g \cdot \int H_a \cdot dH_a \quad (A3.14)$$

Portanto:

$$W = A \cdot \rho_e \cdot L_e \cdot g \cdot H_a + A \cdot \rho_a \cdot g \cdot \frac{H_a^2}{2} \quad (A3.15)$$

Que é igual a (4.62).

APÊNDICE 4 -

VERIFICAÇÃO DA ASSOCIAÇÃO DE RENDIMENTOS DA TURBINA E DO GERADOR ELÉTRICO / BOMBA HIDRÁULICA

Sejam:

$$\dot{W}_{Ht} = \text{Potência Hidráulica da turbina}$$

$$\dot{W}_{et} = \text{Potência no eixo da turbina}$$

$$\dot{W}_{Eg} = \text{Potência Elétrica do Gerador}$$

Define-se:

$$\eta_{Ht} = \frac{\dot{W}_{et}}{\dot{W}_{Ht}} \quad (A4.1)$$

Onde:

$$\eta_{Ht} = \text{Eficiência Hidráulica da turbina}$$

Também:

$$\eta_{Eg} = \frac{\dot{W}_{Eg}}{\dot{W}_{Et}} \quad (A4.2)$$

Onde:

$$\eta_{Eg} = \text{Eficiência Elétrica do Gerador}$$

E finalmente:

$$\eta_t = \frac{\dot{W}_{Eg}}{\dot{W}_{Ht}} = \frac{\dot{W}_{et}}{\dot{W}_{Ht}} \cdot \frac{\dot{W}_{Eg}}{\dot{W}_{et}} = \eta_{Ht} \cdot \eta_{Eg} \quad (A4.3)$$

Onde:

$$\eta_t = \text{Eficiência global da turbina}$$

Analogamente, para a bomba hidráulica:

$$\eta_b = \frac{\dot{W}_{Hb}}{\dot{W}_{em}} = \frac{\dot{W}_{Hb}}{\dot{W}_{em}} \cdot \frac{\dot{W}_{em}}{\dot{W}_{Em}} = \eta_{Hb} \cdot \eta_{Em} \quad (A4.4)$$

Onde:

η_b = Eficiência global da bomba

η_{Hb} = Eficiência hidráulica da bomba

η_{Em} = Eficiência elétrica do motor da bomba

\dot{W}_{Hb} = Potência hidráulica da bomba efetivamente transferida para a água

\dot{W}_{em} = Potência entregue no eixo da bomba

\dot{W}_{Em} = Potência elétrica consumida pelo motor da bomba

APÊNDICE 5 -

VERIFICAÇÃO DO TRABALHO REALIZADO PELO TURBINA OU BOMBA EM SISTEMAS DE ARMAZENAMENTO COM FLUXO ENTRE DOIS TANQUES APLICANDO A EQUAÇÃO DE BERNOULLI.

Seja agora as novas variáveis de cota, velocidade e pressão nos pontos 1 e 2, respectivamente Z_1 , v_1 , P_1 e Z_2 , v_2 e P_2 , conforme ilustrado na figura 2.

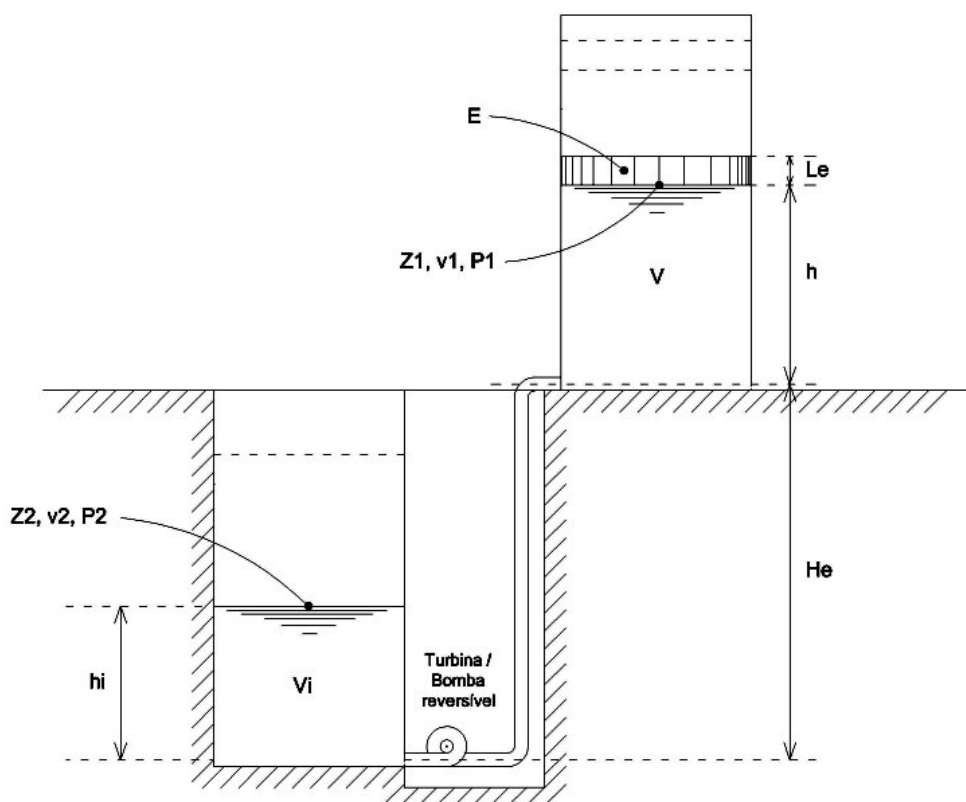


Figura 2 - Sistema de armazenamento de energia mecânica em reservatórios de água pressurizados em dois tanques (próprio autor) – Novas variáveis

Aplicando a equação de Bernoulli entre os dois pontos tomando como linha de referência a linha da tubulação que chega e sai da bomba, temos:

$$\frac{v_1^2}{2 \cdot g} + \frac{P_1}{\gamma} + Z_1 + H_m = \frac{v_2^2}{2 \cdot g} + \frac{P_2}{\gamma} + Z_2 + H_p \quad (A5-1)$$

Onde:

$H_m =$ *Altura manométrica*

$H_p =$ *Perdas de carga*

$\gamma =$ *Peso específico* = $\rho \cdot g$

$g =$ *Aceleração da gravidade;*

Como as velocidades da superfície dos pontos 1 e 2 é muito menor que a da tubulação, vamos considerar que:

$$v_1 = v_2 \cong 0 \quad (A5-2)$$

Também as perdas de carga da tubulação:

$$H_p \cong 0 \quad (A5-3)$$

Como a pressão manométrica no ponto 2 é a atmosférica, portanto:

$$P_2 = 0 \quad (A5-4)$$

$$\frac{P_1}{\gamma} = \frac{m_e \cdot g}{A \cdot \gamma} = \frac{\rho_e \cdot V_e \cdot g}{A \cdot \gamma} = \frac{\rho_e \cdot A \cdot L_e \cdot g}{A \cdot \rho_a \cdot g} = \frac{\rho_e \cdot L_e}{\rho_a} \quad (A5-5)$$

Onde:

$m_e =$ *Massa do êmbolo;*

$V_e =$ *Volume do êmbolo;*

$A =$ *Área da seção transversal do reservatório;*

$\rho_e =$ *Densidade do êmbolo;*

$L_e =$ *Espessura do êmbolo;*

$\rho_a =$ *Densidade da água;*

A potência máxima¹⁰ de uma bomba ou turbina é dado por:

$$\dot{W} = \gamma \cdot H_m \cdot \dot{V} \quad (A5-6)$$

mas:

$$\dot{V} = A \cdot \frac{dh}{dt} \quad (A5-7)$$

então:

$$H_m = \frac{\dot{W}}{\rho_a \cdot g \cdot A \cdot \frac{dh}{dt}} \quad (A5-8)$$

Substituindo (A5-2), (A5-3), (A5-4), (A5-5) e (A5-8) em (A5-1) temos:

$$\frac{\rho_e \cdot L_e}{\rho_a} + h + H_e + \frac{\dot{W}}{\rho_a \cdot g \cdot A \cdot \frac{dh}{dt}} = h_i \quad (A5-9)$$

Novamente:

$$h_i + h = H_a \quad (A5-10)$$

Substituindo (A5-10) em (A5-9) e rearranjando, temos:

$$\frac{\dot{W}}{\rho_a \cdot g \cdot A \cdot \frac{dh}{dt}} = H_a - 2 \cdot h - H_e - \frac{\rho_e \cdot L_e}{\rho_a} \quad (A5-11)$$

Lembrando que:

$$\dot{W} = \frac{dW}{dt} \quad (A5-12)$$

temos que:

¹⁰ Máxima porque ainda precisam ser considerados os rendimentos.

$$dW = \rho_a \cdot g \cdot A \cdot \left[\left(H_a - 2 \cdot h - H_e - \frac{\rho_e \cdot L_e}{\rho_a} \right) \cdot \frac{dh}{dt} \right] \cdot dt \quad (A5-13)$$

A integração passa a ser feita em h (intervalo de integração de H_a até 0 para operação como turbina supondo toda a água inicialmente no reservatório superior sob o êmbolo seja esgotada para o reservatório inferior):

$$W = \rho_a \cdot g \cdot A \cdot \left[H_a \cdot \int_{H_a}^0 dh - 2 \cdot \int_{H_a}^0 h \cdot dh - H_e \cdot \int_{H_a}^0 dh - \frac{\rho_e \cdot L_e}{\rho_a} \cdot \int_{H_a}^0 dh \right] \quad (A5-14)$$

$$W = \rho_a \cdot g \cdot A \cdot \left[-H_a^2 + 2 \cdot \frac{H_a^2}{2} + H_e \cdot H_a + \frac{\rho_e \cdot L_e}{\rho_a} \cdot H_a \right] \quad (A5-15)$$

portanto:

$$W = \rho_a \cdot g \cdot A \cdot H_a \cdot \left[H_e + \frac{\rho_e \cdot L_e}{\rho_a} \right] \quad (A5-16)$$

que bate com (5.27) como queríamos demonstrar.